

EXAMEN DE SEPTEMBRE 2000

Exercice 1

Soient les algorithmes récursifs quefaisje(n) et etmoidonc(n). Ces algorithmes représentent des fonctions prenant un nombre entier comme argument et renvoyant un autre nombre entier.

fonction quefaisje(n)

si $n \leq 0$

↑ 0

sinon

si n pair

↑ $2 * \text{quefaisje}(n/2)$

sinon

↑ $1 + 2 * \text{quefaisje}((n-1)/2)$

fonction etmoidonc(n)

selon (n modulo 4)

0 : ↑ $4 * \text{etmoidonc}(n/4)$

1 : ↑ $1 + 4 * \text{etmoidonc}((n-1)/4)$

2 : ↑ $2 + 4 * \text{etmoidonc}((n-2)/4)$

3 : ↑ $3 + 4 * \text{etmoidonc}((n-3)/4)$

1. Calculez, pour chacune de ces fonctions, la valeur renvoyée pour $n = 0$. Que constatez-vous? Proposez des modifications pour corriger le problème.
2. Calculez, pour chacune de ces fonctions, la valeur renvoyée quand $n = 4p$, en fonction de la valeur renvoyée pour $n = p$.
3. Même question pour $n = 4p+1$, $n=4p+2$, $n=4p+3$. Qu'en concluez vous?
4. Combien d'étapes de calcul sont nécessaires à chacune de ces fonctions pour calculer leur valeur pour un argument n entier positif?
5. Pouvez vous alors expliquer ce que calculent ces fonctions, et trouver un algorithme plus rapide pour obtenir le résultat.

Exercice 2

Soit la machine de Turing:

□ 4 états $\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$

□ 2 caractères $\{a, B\}$

□ état initial q_0

□ Prog.: $(q_0 B \rightarrow q_0) (q_0 a \rightarrow q_1) (q_1 a \rightarrow q_1) (q_1 B \rightarrow q_2) (q_2 a \rightarrow q_2) (q_2 B \rightarrow q_3) (q_3 a \rightarrow q_3)$

1. Que fait ce programme? Prendre comme bandes initiales BBBBaaaB et BBBBaaaaB.
2. Que se passe-t-il si la bande initiale est BBBB ? Proposer une modification pour remédier à ce problème
3. Proposer une modification simple pour que les deux bandes initiales précédentes donnent pour résultat BBBBaaaaaB et BBBBaaaaaaB.
4. Proposer une modification simple pour que les deux bandes initiales précédentes donnent pour résultat BBBBaaaaaaaB et BBBBaaaaaaaaB.

Durée: 1 heure

Les documents et calculettes sont autorisés, mais ne doivent en aucun cas circuler entre les étudiants