Les raisonnements

Joël Quinqueton,
jq@lirmm.fr
Deug MASS, 4e semestre

Les exercices d'unification

- Unifier(sur(X, route(Y, lyon)), sur(lyon, route(paris, X)))
- Unifier(sur(X, route(Y, macon)), sur(lyon, route(paris, X)))
- Unifier(pres(X, route(Y, lyon)), pres(route(paris, lyon), X))
- Rappels: de gauche à droite, se ramener à Unifier(atome, terme)

Unification 1

- sur(X, route(Y, lyon))
- sur(lyon, route(paris, X)))

Unification 2

- sur(X, route(Y, macon))
- sur(lyon, route(paris, X)))

Unification 3

- pres(X, route(Y, lyon))
- pres(route(paris, lyon), X))

Limitations de la logique des prédicats

- Complétude: les théorèmes coïncident avec les formules vraies dans toute interprétation (1er th. de Gödel)
- Gödel construit un énoncé: « je ne suis pas un théorème »
- Si l'arithmétique formelle est non-contradictoire, alors elle n'est pas complète
- http://sakharov.net/foundation.html
- http://membres.lycos.fr/godel/

Exemple des ensembles non normaux

- Ensembles non normaux:
  - Ensembles qui se contiennent eux-mêmes
  - L'ensemble des mots de ce texte: normal
  - L'ensemble des choses dont on parle dans ce texte: non normal
- Ensemble des ensembles normaux: normal?

Arithmétique formelle

- Alphabet:
  - variables x, y,…, constante 0,
  - fonctions + • ', prédicat =
- Axiomes: ceux de (LP) +:
  - $x'=y' \supset x=y$, $x=y \supset x'=y'$, $\neg(x'=0)$,
  - $x=y \supset (x=z \supset y=z)$
  - $x+0=x$, $x+y'=(x+y)'$,
  - $x \bullet 0=0$, $x \bullet y'=x \bullet y+x$
  - $(A(0)$ et $\forall x\ (A(x) \supset A(x'))) \supset A(x)$
- Régles: celles de (LP)

Construction des nombres de Gödel

- Étape 1: assigner à chaque symbole du sytème formel un nombre premier différent.
- Étape 2: affecter un nombre à chaque formule
  - produit des premiers nombres premiers élevés à la puissance du nombre représentant les symboles qui y figurent
  - On étend à chaque suite de formule (récursivement).

Propriété des nombres de Gödel

- Étant donné un nombre de Gödel, on peut déterminer si c'est une suite de formules (et si oui de quelles formules elle est composée), une formule (et si oui laquelle) ou un symbole.
- Étant donné un symbole, une formule ou une suite de formules, on peut calculer le nombre de Gödel associé.
- une formule de nombre de Gödel *g1* contient la formule de nombre de Gödel *g2* ssi *g2* est un diviseur de *g1*

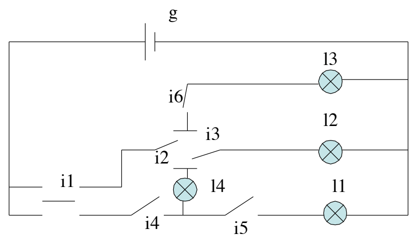
Construction de la formule

- Dem(n,m) = « il existe une numérotation de Gödel g telle que $n = g(F_n(x))$ et $m = g($démonstration de $F_n(n))$ ».
- Soit $p = g(\forall x\ \neg Dem(n,x)) = g(F_p(n))$
- La formule $F_p(p) = \forall x\ \neg Dem(p,x)$ exprime sa propre indémontrabilité

Déduction et abduction

- Déduction:
  - « Socrate est un homme, tout homme est mortel, donc Socrate est mortel »
  - $\{A, \text{si } A \text{ alors } B\} \rightarrow \{B\}$
- Abduction:
  - « Socrate est mortel, tout chat est mortel, donc Socrate est un chat »
  - $\{B, \text{si } A \text{ alors } B\} \rightarrow \{A\}$

Exemple



i1, i2, i3: vrai si « montant »

i4, i5, i6: vrai si fermé

Théorie associée

- L1: $(g \wedge \neg i1 \wedge i4 \wedge i5) \vee (g \wedge i1 \wedge i5 \wedge \neg i2)$
- L2: $(g \wedge i1 \wedge i2 \wedge \neg i3) \vee (g \wedge \neg i1 \wedge i3 \wedge i4) \vee (g \wedge i1 \wedge \neg i2 \wedge i3)$
- L3: $(g \wedge i1 \wedge i2 \wedge i6)$
- L4: $(g \wedge i1 \wedge \neg i2 \wedge i5) \vee (g \wedge \neg i1 \wedge i3 \wedge i4)$

Déduction

- F = positions des interrupteurs (pas forcément tous)
- Exemple: F = {i1, i2, i3, i4, i5, i6}
  - L3 est allumée d'après la théorie
- F = $\{\neg i2, i4, i5\}$
  - L1 est-elle allumée?

Abduction

- F= l1 (lampe l1 allumée), H(f) =
  - $(g \wedge \neg i1 \wedge i4 \wedge i5)$,
  - $(g \wedge i1 \wedge i5 \wedge \neg i2)$,
  - $(g \wedge \neg i2 \wedge i4 \wedge i5)$,
- F= $\neg$l1, H(f) =
  - $(i1 \wedge i2)$, $\neg i5$,
  - $(i2 \wedge \neg i4)$, $(\neg i1 \wedge \neg i4)$,
  - $(\neg g)$

Hypothèses complexes

- L1 et L2 allumées simultanément
  - $(i1 \wedge i2 \wedge \neg i3)$
  - $(i5 \wedge \neg i3)$
  - $\neg g$,
  - $(\neg i1 \wedge \neg i4)$
  - $(i2 \wedge \neg i3 \wedge \neg i4)$
  - $(i3 \wedge \neg i5 \wedge \neg i1)$
  - $(i3 \wedge \neg i5 \wedge \neg i2)$

Preuve non intuitionniste

- Existe-t-il a et b irrationnels tels que a^b soit rationnel?
- $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{2}$
- Si $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ est rationnel: cqfd
- Si $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ est irrationnel:
  - On pose $a = \sqrt{2}^{\sqrt{2}}$, $b = \sqrt{2}$
  - On a alors $a^b = (\sqrt{2}^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = \sqrt{2}^2 = 2$

Référence(s)

- Le raisonnement en Intelligence Artificielle: modèles, techniques et architectures pour les systèmes à base de connaissances
- Par Jean Paul Haton et al, Intereditions, 1991