PSYCHOLOGIE - Licence 3

Université Paul Valéry
Arts - Lettres - Langues
Sciences humaines & sociales

E54XP1

Statistique pour la psychologie L3S5

Examen - décembre 2008

Durée : 2 heures

Matériel autorisé : table de la loi normale, calculatrice et une feuille manuscrite recto/verso.

• Les téléphones portables sont interdits.
• Calculatrice et documents ne doivent en aucun cas circuler ou être échangés entre les étudiants.
• On accordera un soin particulier à la rédaction des réponses (notamment en définissant clairement les événements utilisés).

Exercice 1 :

En ces périodes de fêtes, le temps de séjour d'un client dans le Polygone à Montpellier a considérablement augmenté. Il est modélisé par une loi gaussienne d'espérance 2 heures 30 (150 minutes) et d'écart-type 60 minutes.

1) Quelle est la probabilité pour qu'un client y reste plus de 3 heures (180 minutes) ?

2) Avec quelle probabilité le temps de séjour à l'intérieur du polygone est compris entre 2 heures 30 et 3 heures ?

3) Quel est le temps maximum passé dans le Polygone par les 30% des clients les plus rapides ?

4) Sachant qu'il y a déjà passé 2 heures 30, quelle est la probabilité qu'un client sorte dans la demi-heure qui vient ?

5) Sachant qu'il s'est donné 3 heures maximum pour faire ses courses, quelle est la probabilité qu'il y reste plus d'2 heures 30 ?

Exercice 2 :

Pour faire les courses de Noël, on observe que 80% des hommes ressortent du Polygone en ayant réalisé un achat alors que seulement 60% des femmes sont dans ce cas. À l'entrée du Polygone on note 30 % d'hommes et 70% de femmes.

1) Définir un système d'événements vous permettant de traduire le contexte et les probabilités de l'énoncé.

2) Quelle est la probabilité pour qu'une personne choisie au hasard réalise un achat ?

3) Une personne ayant réalisé un achat au Polygone est-elle plus probablement un homme ou une femme ?

Exercice 3 : *(Les 3 parties sont indépendantes)*

En ces périodes de fêtes, une animation a été mise en place dans le Polygone à Montpellier. Chaque personne a 1 chance sur 4 de croiser le Père Noël lorsqu'il s'y rend.

Partie 1 : Un client s'y rend 5 fois au total et il compte le nombre de fois où il a croisé le Père Noël.

1) Quelle est la loi de la variable aléatoire modélisant le nombre de rencontres du Père Noël (justifier) ?

2) Avec quelle probabilité va-t-il le rencontrer 2 fois ?

3) Avec quelle probabilité va-t-il le rencontrer au moins 2 fois ?

3) Quelles sont l'espérance et la variance de cette variable aléatoire ?

4) De quelle valeur devrait se rapprocher la moyenne sur 1000 clients du nombre de rencontres du Père Noël ?

Partie 2 : Un client, "accro" du Père Noël, s'y rend jusqu'à temps de le rencontrer. Il compte alors le nombre de fois où il a dû se rendre au Polygone.

1) Quelle est la loi de la variable aléatoire modélisant le nombre de fois où il se rend au Polygone pour pouvoir rencontrer le Père Noël ?

2) Avec quelle probabilité sera-t-il obligé de se déplacer 3 fois ?

3) Avec quelle probabilité sera-t-il obligé de se déplacer au moins 3 fois ?

4) De quelle valeur devrait se rapprocher la moyenne du nombre de déplacements de 1000 client "accros" du Père Noël ?

Partie 3 : Un client s'y rend jusqu'à temps de rencontrer le Père Noël mais il n'ira pas plus de 4 fois. Il compte alors le nombre de fois où il a dû se rendre au Polygone.

1) Quelles sont les valeurs possibles de la variable aléatoire modélisant le nombre de fois où il se rend au Polygone pour pouvoir rencontrer le Père Noël ?

2) Dresser le tableau de la distribution de cette variable aléatoire ?

3) De quelle valeur devrait se rapprocher la moyenne du nombre de déplacements de 1000 clients adoptant cette stratégie ?

Exercice 4 :

Dans un magasin du Polygone à Montpellier, le montant d'un achat a pour espérance μ et pour écart-type σ. On étudie le montant moyen des achats, par tranche de 200 achats enregistrés en caisse. La modélisation de la distribution de ces montants moyens se traduit par un intervalle de dispersion égal à [57.34 ; 62.66] (montants en euros).

1) Montrez que $\mu = 60$.

2) Le paramètre σ étant de 20 euros, que pouvez-vous dire de la loi du montant moyen de 200 achats ? (justifier)

3) Construire les intervalles de dispersion pour les risques $\alpha = 0.06$ et $\alpha = 0.10$ du montant moyen de 200 achats. Lequel de ces 2 risques avait donc été utilisé initialement ?

4) Dans ce magasin (et de façon générale), il y a beaucoup plus de petits montants en caisse et plus la valeur du montant est élevée, moins on en observe. De cette constatation, quelle propriété déduisez-vous sur la distribution du montant d'un achat ? En quoi cette propriété vous empêche de construire un intervalle de dispersion du montant d'un achat ?

5) Quelles sont les espérance et variance de la distribution du montant total de 200 achats ?

6) À cause des difficultés économiques, certains clients multiplient leur achat par 0.9 et retirent 2 euros, quels sont alors les paramètres d'espérance et de variance du montant d'un achat pour ces clients ? Construire alors l'intervalle de dispersion à 94% du montant moyen de 200 achats de ces clients.