Université Paul Valéry
Arts - Lettres - Langues
Sciences humaines & sociales

AES option mathématique
Année 2004–2005

Un exercice supplémentaire : achat d'une automobile – Corrigé

— SOLUTION —

I)

1) Le taux mensuel proportionnel au taux annuel $4,70\%$ est

$$i_p = \frac{4,70\%}{12} = 0,39167\% = 0,0039167.$$

Le taux mensuel équivalent au taux annuel $4,70\%$ est

$$i_e = (1+0,0470)^{1/12} - 1 = 0,38347\% = 0,0038347.$$

La mensualité constante d'un prêt de D_0 sur n mois au taux mensuel i est

$$a = D_0 \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}.$$

Ici, $D_0 = 15000$ et $n = 60$. Avec $i = i_p = 0,0039167$, on trouve une mensualité de 281,01 € et avec $i = i_e = 0,0038347$, on trouve une mensualité de 280,34 €. Le taux mensuel appliqué est donc le taux mensuel équivalent $0,38347\%$ qu'on note désormais i.

2) Il faut emprunter 1500 €. De

$$a = D_0 \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}. \qquad (1)$$

on déduit

$$1-(1+i)^{-n} = D_0 \frac{i}{a}$$

puis

$$(1+i)^{-n} = 1 - D_0 \frac{i}{a}$$

et enfin

$$n = -\frac{\ln(1-D_0\frac{i}{a})}{\ln(1+i)}.$$

Ici D_0 =1500 €, a =150 € et $i = 0,0038347$ de sorte que $n = 10,22$. On ne peut emprunter que sur un nombre fini de mois. On empruntera donc sur 11 mois et les mensualités effectivement versées seront (en utilisant la formule (1)) de 139,52 €.

3) Le coût total de l'emprunt sera alors de $11 \times 139,52 - 1500$ soit 34,72 €.

4) On a

$$D_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

et

$$(1+i)^{-n} > 0$$

de sorte que

$$a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} < \frac{a}{i}$$

d'où le résultat.

5) Avec un taux d'intérêt de $0,0038347$ et des mensualités de $a = 150$ €, on a donc

$$D_0 < \frac{150}{0,0038347} = 39116 \text{ €}.$$

En particulier, on ne peut pas emprunter 146000 €.