L'approche par la fonction de production agrégée

1. La fonction de production agrégée
2. La comptabilité de la croissance
3. Le modèle de croissance néoclassique

Fonction de production, mesure et théorie

- Utilisation dans un cadre agrégé de la même représentation qu'au niveau individuel.
- Mesure les contributions à la croissance.
- Base d'un modèle caractérisant la dynamique de l'économie.

Temps discret et temps continu

- Le temps *discret* s'écoule à la manière des chiffres entiers : $t = 1, 2, 3, \cdots$.
- Le temps *continu* s'écoule à la manière des chiffres réels : l'intervalle entre deux dates est infiniment petit.
- Notation : $\dot{X}(t) \equiv \frac{dX(t)}{dt}$.
- Le taux de croissance *instantané* de la variable X est $\frac{\dot{X}(t)}{X(t)}$.
  C'est l'équivalent en temps continu de $\frac{X(t+1)-X(t)}{X(t)}$.

L'approche par la fonction de production agrégée

1. La fonction de production agrégée
2. La comptabilité de la croissance
3. Le modèle de croissance néoclassique

Des fonctions de production individuelles à la fonction de production agrégée

- La nature de l'*output*.
- La nature des *inputs*.
- Les propriétés de la relation entre inputs et outputs, la fonction de production agrégée.
- Importance du niveau d'agrégation.

1.1 L'output de la fonction de production agrégée

- Au niveau micro, on produit chaque marchandise ou service en utilisant beaucoup d'autres marchandises et services : *matrice input-output*.
- La fonction de production concerne l'ensemble des biens et services. Pour éviter le double comptage, il est indispensable de retirer les consommations intermédiaires $\Rightarrow$ concept de *valeur ajoutée* qui mesure les ressources disponibles pour les usages finaux de l'économie.
- *Output* : bien composite, à la fois consommé (biens de consommation) et accumulé (biens capitaux) mais pas utilisé pour produire (bien intermédiaire).

Consommations intermédiaires et double comptage

- Imaginons qu'une firme automobile produise l'intégralité de ses pièces, dont les pneus, les moteurs et les boîtes de vitesse. Chaque voiture qu'elle produit est vendue 15.000 euros.
- Supposons maintenant que cette entreprise vende une partie de ses usines, dont celles produisant pneus, moteurs et boîtes de vitesses. Elle achète désormais ces pièces auprès de ses fournisseurs qui facturent quatre pneus 200 euros, un moteur 1.000 euros et une boîte de vitesse 800 euros. La production cumulée des fournisseurs est donc de 2.000 euros, et chaque voiture continue de se vendre 15.000 euros.
- Si l'on ajoutait directement la valeur de la production finale des différentes entreprises (15.000+2.000), la valeur des pièces (2.000 euros) seraient comptée deux fois.

⇒ l'organisation de la production influencerait la façon dont on mesure la création de richesse.

1.2 Les inputs de la fonction de production agrégée

- Les consommations intermédiaires (et les biens et les services ayant servi à les produire) ne sont donc pas des inputs de la fonction de production agrégée.
- On considère deux inputs*homogènes* :
  - capital K : biens utilisés dans le processus de production mais qui ne sont pas détruits au cours de ce processus
  - travail N.
- Se limiter à ces deux facteurs de production ne signifie pas que l'ensemble des biens et des services peuvent être *directement* produit en utilisant uniquement du capital et du travail, mais que les biens sont produits à partir de capital, de travail et de consommations intermédiaires (celles-ci étant elles-mêmes produites à partir de capital et de travail.)

- On considère parfois trois facteurs de production, en ajoutant l'énergie, la terre ou les ressources naturelles. Pas dans ce cours.
- Robert M. Solow « Si Dieu voulait qu'il y ait plus de deux facteurs de production, il aurait rendu les graphiques en trois dimensions plus simples à dessiner. »
- Notations : Sous la forme générale, la fonction de production agrégée est de la forme

$$Y(t) = F\left[A(t), K(t), N(t)\right].$$

1.3 La constance des rendements d'échelle

- La fonction de production agrégée présente des rendements d'échelle constants : la production double chaque fois que les quantités de capital et de travail employées doublent
- Rendements d'échelle constants $\Leftrightarrow$ *Homogénéité de degré 1* de la fonction de production.
- Homogénéité de degré h : $\forall \lambda > 0, F(\lambda X_1, \lambda X_2) = \lambda^h F(X_1, X_2)$.

– $h < 1 \Leftrightarrow$ rdts décroissants ;

– $h > 1 \Leftrightarrow$ rdts croissants.

- Distinction micro-macro : argument de duplication.

1.4 La substituabilité agrégée entre facteurs de production

- Au niveau agrégé, capital et travail sont deux facteurs substituables : on peut produire autant en remplaçant un peu de travail par un peu de capital (ou réciproquement) même si au niveau individuel les facteurs sont *complémentaires*.
- Chaque marchandise (ou service) peut être produite de différentes façons, certaines faisant appel à plus de capital et d'autres à plus de travail. Le choix du rapport entre capital et travail, appelé *intensité capitalistique*, dépend du prix relatif du travail et du capital.

Complémentarité micro et substituabilité macro

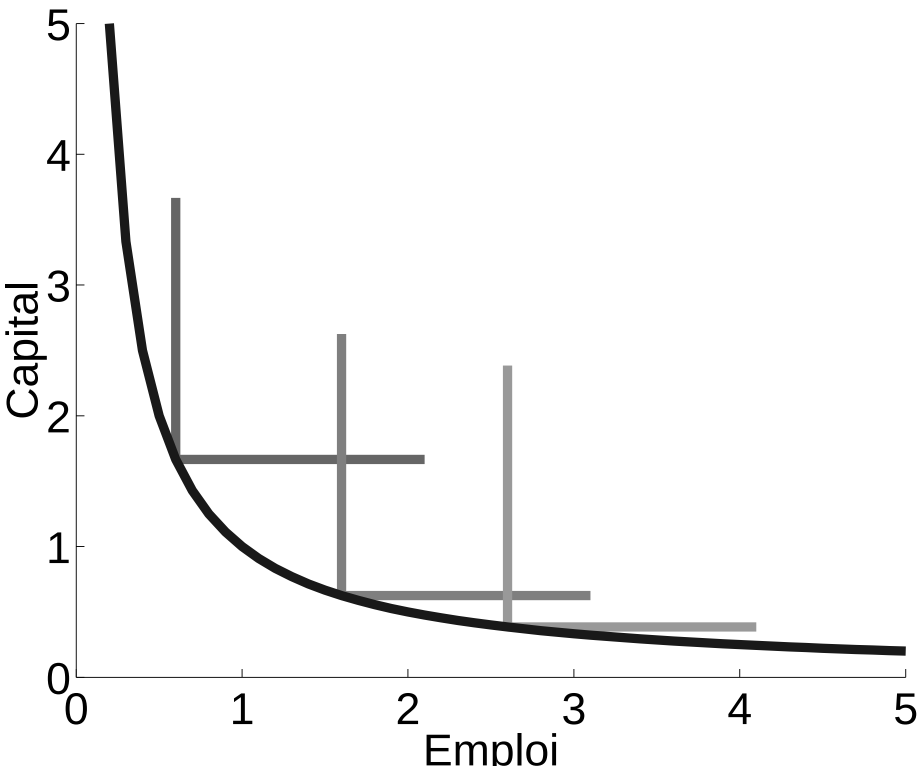
- Remplacer un avion défaillant par un deuxième pilote (ou un pilote malade par un deuxième avion) ne permet pas de faire voler autant de passagers. Complémentarité micro.
- Utiliser plus de capital signifie mettre un pilote aux commandes d'un avion plus gros. Substituabilité macro

Complémentarité, substituabilité et courbes d'iso-production

- Courbes d'iso–production, décroissantes et convexes

⇒ plus le stock de capital est élevé moins on a besoin de travail pour produire une certaine quantité.

- Peut s'interpréter comme l'agrégation de technologies micro



1.5 Les propriétés de la fonction de production agrégée

- $F(\cdot)$ continue et dérivable deux fois.
- travail et capital sont indispensables à la production
  $F\left[A(t), 0, N(t)\right] = F\left[A(t), K(t), 0\right] = 0$
- les productivités marginales du travail et du capital sont positives
  $\frac{\partial F[A(t),K(t),N(t)]}{\partial N(t)} > 0$ et $\frac{\partial F[A(t),K(t),N(t)]}{\partial K(t)} > 0$
- les productivités marginales sont décroissantes
  $\frac{\partial^2 F[A(t),K(t),N(t)]}{\partial N(t)^2} < 0$ et $\frac{\partial^2 F[A(t),K(t),N(t)]}{\partial K(t)^2} < 0$
- conditions d'Inada : les productivités marginales du travail et du capital sont infinies lorsqu'un facteur n'est pas disponible et nulles lorsqu'un facteur est infiniment abondant

$$\lim_{N(t)\to 0} \frac{\partial F[A(t),K(t),N(t)]}{\partial N(t)} = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{K(t)\to 0} \frac{\partial F[A(t),K(t),N(t)]}{\partial K(t)} = +\infty$$

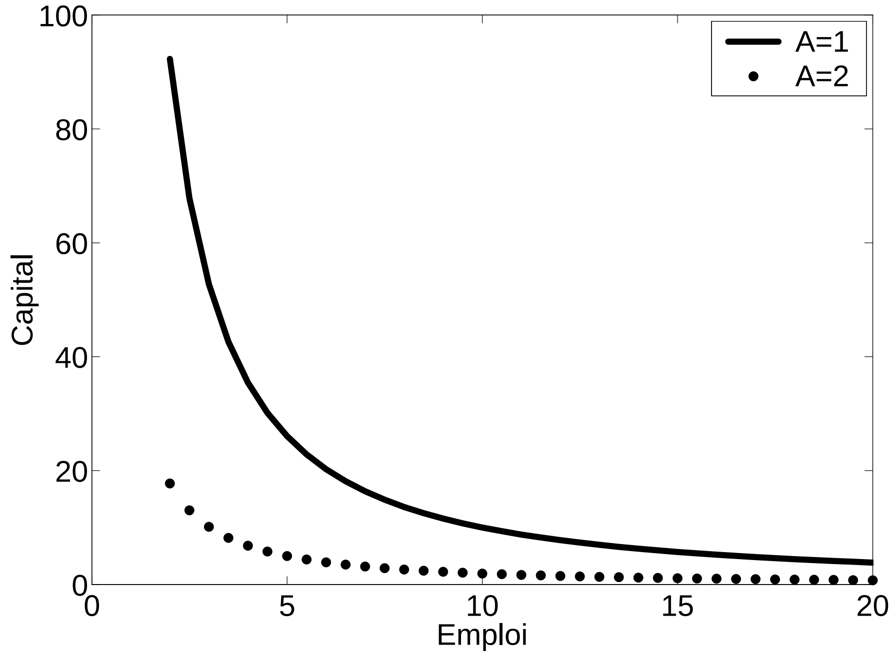
$$\lim_{N(t)\to +\infty} \frac{\partial F[A(t),K(t),N(t)]}{\partial N(t)} = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{K(t)\to +\infty} \frac{\partial F[A(t),K(t),N(t)]}{\partial K(t)} = 0$$

L'exemple de la fonction Cobb–Douglas

- $Y(t) = A(t)\, K(t)^{\alpha}\, N(t)^{1-\alpha}$.
- $$\begin{aligned} \frac{\partial F(\cdot)}{\partial K(t)} &= \alpha\, A(t) \left[\frac{N(t)}{K(t)}\right]^{1-\alpha} \\ &\rightarrow +\infty \text{ quand } K(t) \rightarrow 0 \\ &> 0 \;\forall\; K(t) \geq 0 \\ &\rightarrow 0 \text{ quand } K(t) \rightarrow +\infty \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} \frac{\partial F(\cdot)}{\partial N(t)} &= (1-\alpha)\, A(t) \left[\frac{K(t)}{N(t)}\right]^{\alpha} \\ &\rightarrow +\infty \text{ quand } N(t) \rightarrow 0 \\ &> 0 \;\forall\; N(t) \geq 0 \\ &\rightarrow 0 \text{ quand } N(t) \rightarrow +\infty \end{aligned}$$
- Lorsque la quantité d'un facteur est très faible, sa productivité marginale est très élevée.

1.6 L'introduction du progrès technique

- Le terme $A(t)$ assure la déformation de la fonction de production au cours du temps $\simeq$ déplacement de la fonction de production $\neq$ déplacement le long de la fonction.
- Une hausse de A déplace l'isoquante vers le bas.



La neutralité du progrès technique (non incorporé)

- Le déplacement de la fonction de production au cours du temps peut affecter ou non les combinaisons de facteurs.
- Neutralité au sens de
  - Harrod : PT augmentant le travail $Y(t) = F\left[K(t), A(t)\,N(t)\right]$
  - Solow : PT portant sur le capital $Y(t) = F\left[A(t)\,K(t), N(t)\right]$
  - Hicks : PT sur la production $Y(t) = A(t)\,F\left[K(t), N(t)\right]$

Neutralité du progrès technique et substitution entre facteurs

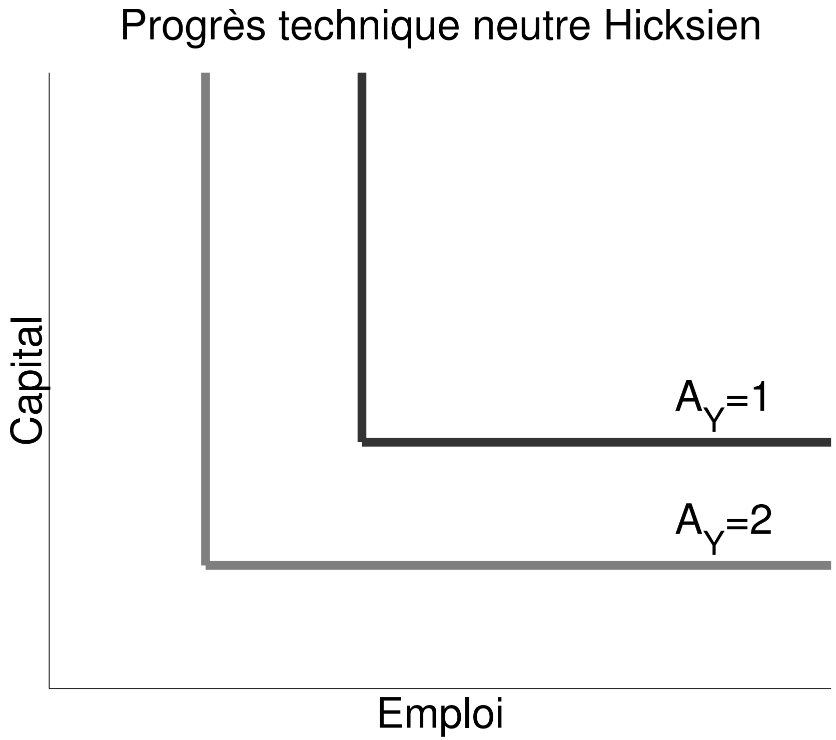
- Dans le cas d'une technologie Cobb–Douglas, ces trois formes de progrès technique sont identiques.
- Lorsque *l'élasticité de substitution* entre facteurs est différente de 1, les effets sont différents.
- Illustration pour :
  - technologie Leontief (à facteurs *complémentaires*)

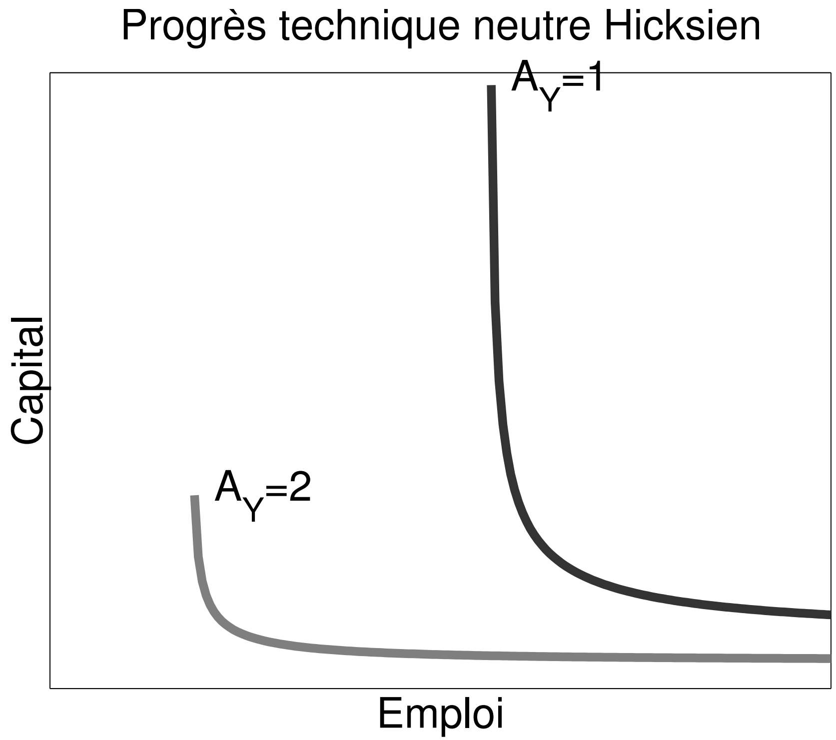
$$Y(t) = \min\left[\frac{K(t)}{a}, \frac{N(t)}{b}\right)$$

  - technologie CES, à *élasticité de substitution* constante $\frac{1}{1+\varrho}$

$$Y(t) = \left[\nu K(t)^{-\varrho} + (1-\nu)N(t)^{-\varrho}\right]^{-1/\varrho}$$

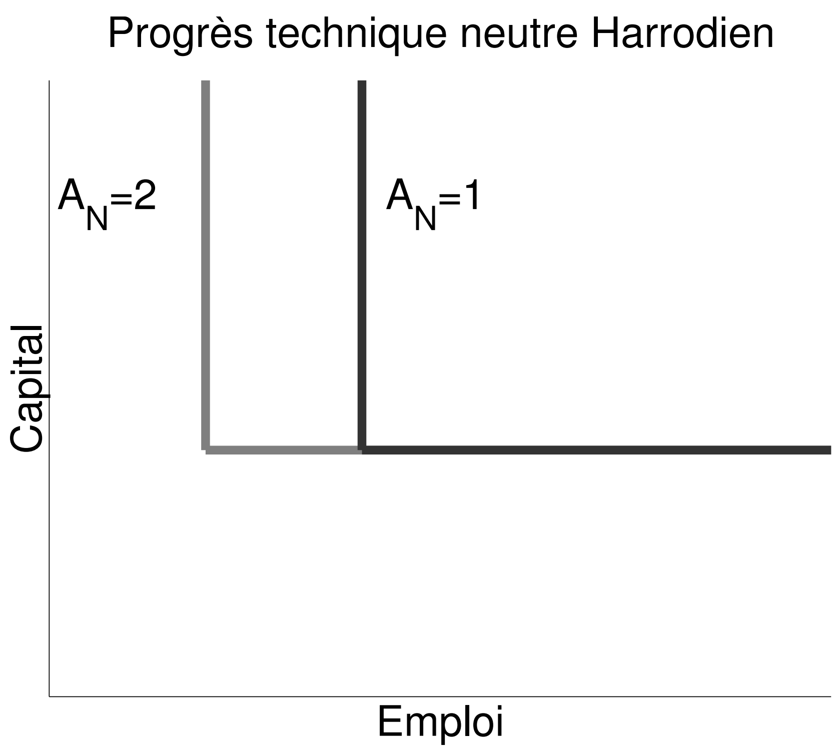
La neutralité au sens de Hicks

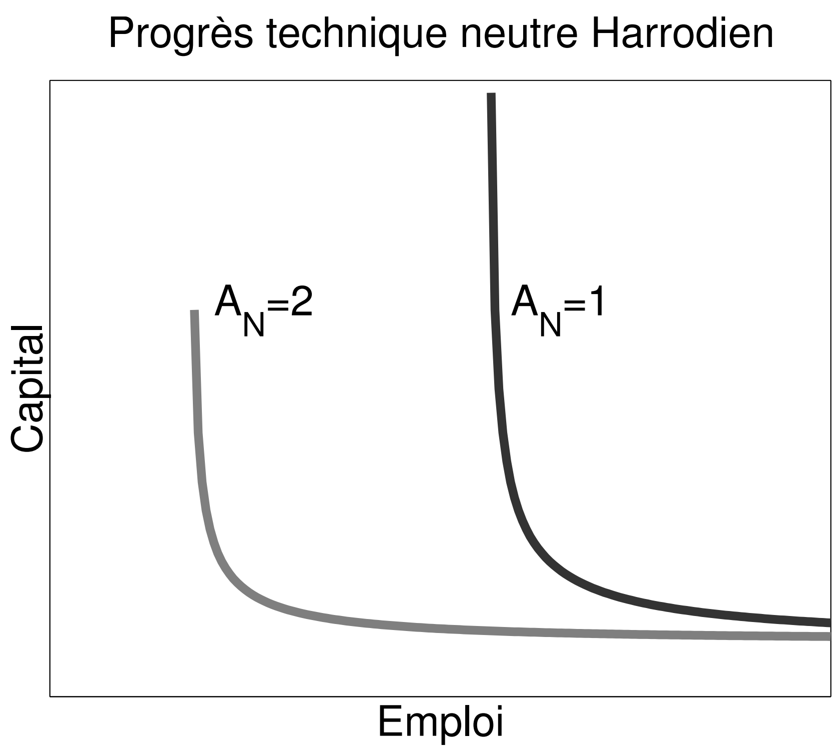




$$Y(t) = A_Y(t) \min\left[\frac{K(t)}{a}, \frac{N(t)}{b}\right] \qquad Y(t) = A_Y(t) \left[\nu K(t)^{-\varrho} + (1-\nu) N(t)^{-\varrho}\right]^{\frac{-1}{\varrho}}$$

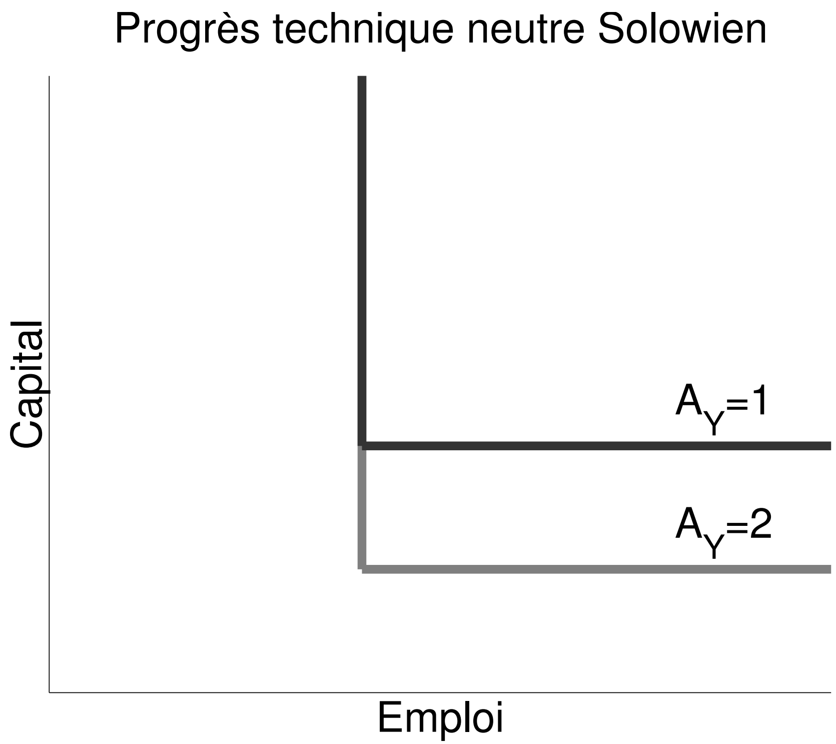
La neutralité au sens de Harrod

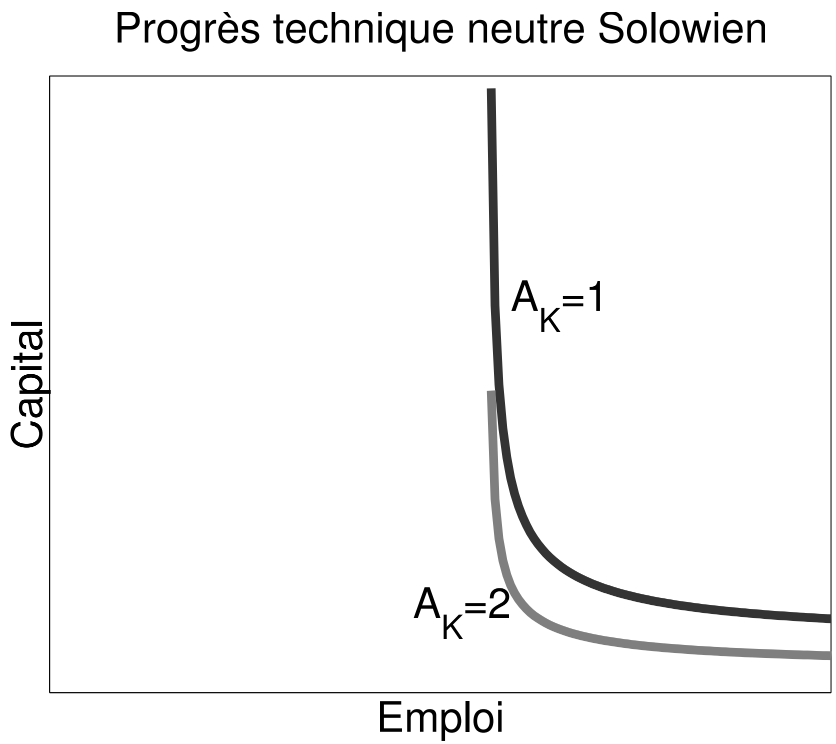




$$Y(t) = \min\left(\frac{K(t)}{a}, \frac{A_N(t)\,N(t)}{b}\right) \qquad Y_t = \left[\nu K(t)^{-\varrho} + (1-\nu)\,(A_N(t)\,N(t))^{-\varrho}\right]^{\frac{-1}{\varrho}}$$

La neutralité au sens de Solow





$$Y(t) = \min\left(\frac{A_K(t)\,K(t)}{a}, \frac{N(t)}{b}\right) \qquad Y(t) = \left[\nu\,(A_K(t)\,K_t)^{-\varrho} + (1-\nu)N(t)^{-\varrho}\right]^{\frac{-1}{\varrho}}$$

La production de progrès technique

- Quelle que soit sa forme, le progrès technique non–incorporé est ici un bien *libre* : il est en particulier gratuit
$\Rightarrow$ individuellement, personne n'a intérêt à produire du progrès technique (à financer de la R&D).
- Cohérence avec l'exogénéité supposée (jusqu'à présent) du progrès technique.

L'approche par la fonction de production agrégée

1. La fonction de production agrégée
2. La comptabilité de la croissance
3. Le modèle de croissance néoclassique

La comptabilité de la croissance

- Mesure la part de la croissance du revenu imputable à l'augmentation des facteurs de production... et celle qui ne l'est pas.
- Pas d'analyse théorique, mais description *quantitative* des sources de la croissance.
- Aux États-Unis : Solow, Denison 60s, Jorgenson 80s.
- En France : Carré, Dubois & Malinvaud.

2.1 Le cadre de référence

- Fonction de production agrégée.
- Concurrence sur les marchés des facteurs de production.
- Rendements d'échelle constant.
- Robert M. Solow, *Technical change and the aggregate production function* 1957.

Fonction de production agrégée et croissance de l'output

- On différencie $Y(t) = A(t)\, F\,[K(t), N(t)]$:

$$\dot{Y}(t) = F\,[K(t), N(t)]\, \dot{A}(t) + A(t)\, \frac{\partial F\,(\cdot)}{\partial K(t)}\, \dot{K}(t) + A(t)\, \frac{\partial F\,(\cdot)}{\partial N(t)}\, \dot{N}(t).$$

- On divise par $Y(t)$:

$$\begin{aligned}
\frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)} &= F\,[K(t), N(t)]\, \frac{A(t)}{Y(t)}\, \frac{\dot{A}(t)}{A(t)} + A(t)\, \frac{\partial F\,(\cdot)}{\partial K(t)}\, \frac{K(t)}{Y(t)} \cdot \frac{\dot{K}(t)}{K(t)} \\
&\quad + A(t)\, \frac{\partial F\,(\cdot)}{\partial N(t)}\, \frac{N(t)}{Y(t)} \cdot \frac{\dot{N}(t)}{N(t)} \\
&= \frac{\dot{A}(t)}{A(t)} + A(t)\, \frac{\partial F\,(\cdot)}{\partial K(t)}\, \frac{K(t)}{Y(t)} \cdot \frac{\dot{K}(t)}{K(t)} + A(t)\, \frac{\partial F\,(\cdot)}{\partial N(t)}\, \frac{N(t)}{Y(t)} \cdot \frac{\dot{N}(t)}{N(t)}.
\end{aligned}$$

La rémunération des facteurs

- Lorsque les marchés des facteurs sont en situation de concurrence pure et parfaite, chaque facteur est rémunéré à sa productivité marginale.
  Théorie du producteur : connaissant $w(t)$, le salaire réel, et $z(t)$, le coût d'usage du capital ($\simeq r(t) + \delta$)

  $$\max_{\{K(t),N(t)\}} \pi(t) = A(t)\, F\,[K(t), N(t)] - w(t)\, N(t) - z(t)\, K(t)$$

  $\Rightarrow$ CN1 $w(t) = A(t)\, \frac{\partial F(\cdot)}{\partial N(t)}$ et $z(t) = A(t)\, \frac{\partial F(\cdot)}{\partial K(t)}$.
- $A(t)\, \frac{\partial F(\cdot)}{\partial N(t)}\, \frac{N(t)}{Y(t)} = \frac{w(t)\, N(t)}{Y(t)} \equiv S_N(t)$
  part de la rémunération du travail dans le revenu national.
- $A(t)\, \frac{\partial F(\cdot)}{\partial K(t)}\, \frac{K(t)}{Y(t)} = \frac{z(t)\, K(t)}{Y(t)} \equiv S_K(t)$
  part de la rémunération du capital dans le revenu national.

Rendements constants et concurrence pure et parfaite

- *Théorème d'Euler* : si $F(X_1, X_2)$ est différentiable et homogène de degré h,
  $X_1 \frac{\partial F(\cdot)}{\partial X_1} + X_2 \frac{\partial F(\cdot)}{\partial X_2} = h\, F(X_1, X_2)$.
- $F(\cdot)$ à rdts constants est homogène de degré 1. Euler $\Rightarrow$

$$K(t)\,\frac{\partial F(\cdot)}{\partial K(t)} + N(t)\frac{\partial F(\cdot)}{\partial N(t)} = F\,[K(t), N(t)]$$

- D'où $z(t)\,K(t) + w(t)\,N(t) = A(t)\,F\,[K(t), N(t)] = Y(t)$
- Donc $\frac{z(t)\,K(t)}{Y(t)} + \frac{w(t)\,N(t)}{Y(t)} = 1$ et $S_K(t) + S_N(t) = 1$.
- Propriété d'*épuisement du produit*.

Équation de Solow en temps continu

- $\frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)} = \frac{\dot{A}(t)}{A(t)} + A(t)\,\frac{\partial F(\cdot)}{\partial K(t)}\,\frac{K(t)}{Y(t)} \cdot \frac{\dot{K}(t)}{K(t)} + A(t)\,\frac{\partial F(\cdot)}{\partial N(t)}\,\frac{N(t)}{Y(t)} \cdot \frac{\dot{N}(t)}{N(t)}.$
- $A(t)\,\frac{\partial F(\cdot)}{\partial N(t)}\,\frac{N(t)}{Y(t)} = \frac{w(t)\,N(t)}{Y(t)} \equiv S_N(t).$
- $A(t)\,\frac{\partial F(\cdot)}{\partial K(t)}\,\frac{K(t)}{Y(t)} = \frac{z(t)\,K(t)}{Y(t)} \equiv S_K(t)$
- $S_K(t) + S_N(t) = 1.$
  $\Rightarrow \frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)} = \frac{\dot{A}(t)}{A(t)} + S_K(t) \cdot \frac{\dot{K}(t)}{K(t)} + [1 - S_K(t)] \cdot \frac{\dot{N}(t)}{N(t)}.$

Équation de Solow en temps discret

- Version en temps discret de l'équation précédente

$$\Delta \log Y(t) = \Delta \log A(t) + S_K(t)\, \Delta \log K(t) + [1 - S_K(t)]\, \Delta \log N(t).$$

- Les taux de croissance du produit, $\Delta \log Y(t)$, et des quantités de facteurs, $\Delta \log K(t)$ et $\Delta \log N(t)$, sont observables, ainsi que les rémunérations des facteurs (en pourcentage du PIB).
- Le seul terme inobservable est $\Delta \log A(t)$: la productivité globale des facteurs (PGF), ou résidu de Solow.
  $\Rightarrow$ cette équation fournit une évaluation du rythme du progrès technique.
- Représentation alternative à partir de la productivité du travail

$$\Delta \log Y(t) - \Delta \log N(t) = \Delta \log A(t) + S_K(t)\, (\Delta \log K(t) - \Delta \log N(t))\,.$$

Décomposition de la croissance de la productivité par tête en France

Mesure centrale

(en %)

	1980-2002	1980-1990	1990-2002	1990-1995	1995-2002
Volume de la valeur ajoutée	**1,94**	**2,43**	**1,50**	**0,41**	**2,30**
Emploi	**0,07**	**- 0,26**	**0,35**	**- 1,13**	**1,42**
Productivité par tête	**1,87**	**2,69**	**1,15**	**1,54**	**0,88**
Total TIC	0,27	0,23	0,30	0,19	0,37
dont Matériels informatiques	*0,12*	*0,11*	*0,13*	*0,08*	*0,17*
Logiciels	*0,08*	*0,07*	*0,09*	*0,05*	*0,11*
Matériels de communication	*0,07*	*0,05*	*0,08*	*0,06*	*0,09*
Autres équipements	0,52	0,62	0,43	0,69	0,25
Bâtiments et infrastructures	0,41	0,54	0,30	0,80	- 0,05
Durée de travail	- 0,40	- 0,40	- 0,40	- 0,14	- 0,59
PGF	1,07	1,69	0,52	0,01	0,90
dont Composante cyclique	*- 0,03*	*0,21*	*- 0,20*	*- 0,35*	*- 0,10*
Composante structurelle	*1,10*	*1,48*	*0,72*	*0,36*	*1,00*

NB : Champ : économie marchande française

2.2 Les points délicats

- La mesure du produit et des facteurs.
- La prise en compte de la qualité.
- Quelle est la contribution à la croissance des technologies de l'information et de la communication, (N)TIC ? Paradoxe de Solow

Bien mesurer l'output

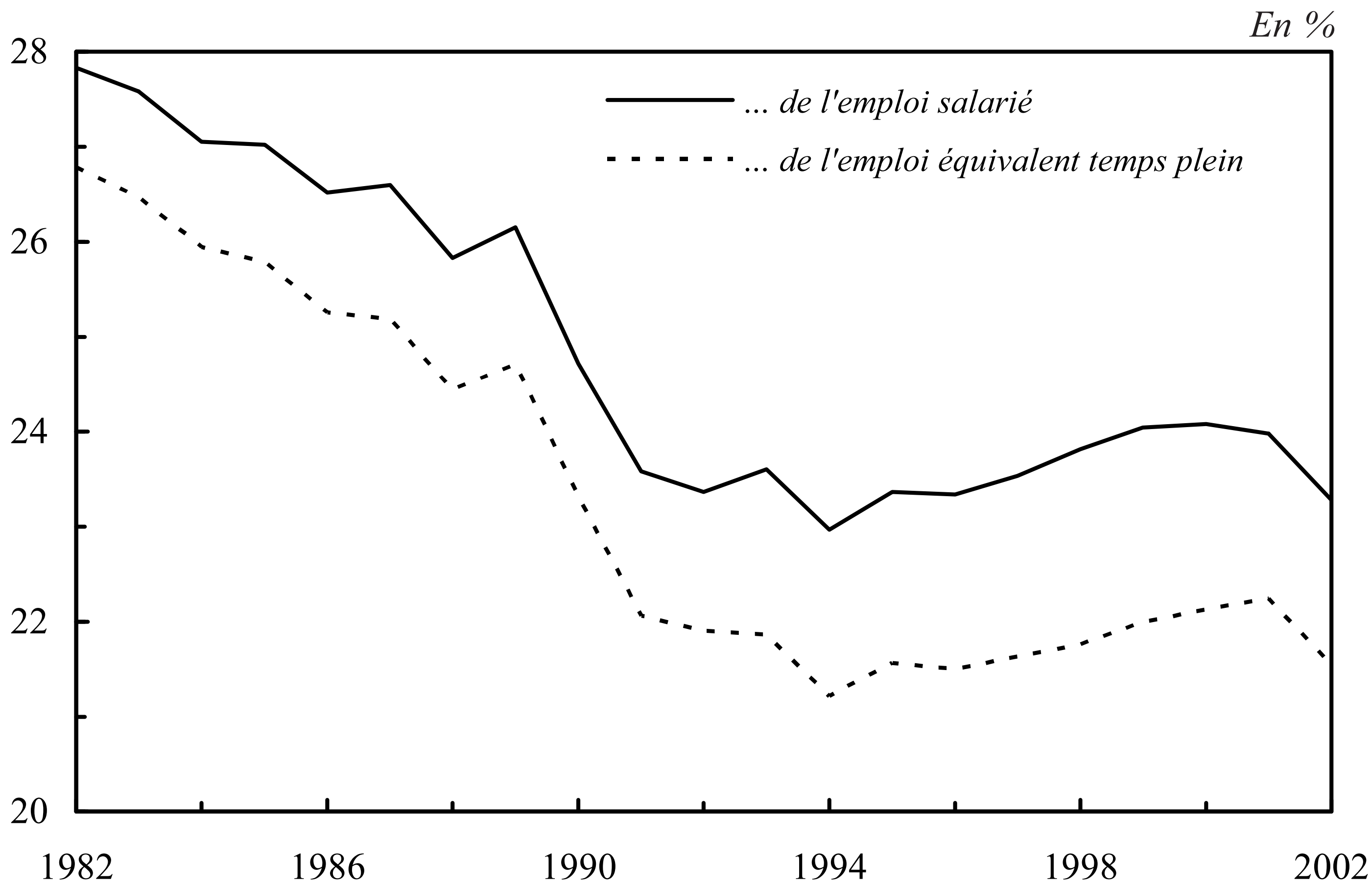
- Relativement facile dans l'industrie
- Délicat dans le secteur des services :
  - Comment mesurer la valeur ajoutée d'une banque ?
  - Comment mesurer la production d'un service d'assistance téléphonique (nombre d'appels traités, quid de la qualité) ?
- Secteur non-marchand.

Bien mesurer le volume de travail

- Il ne suffit pas de compter le nombre d'employés dans une entreprise.
- *Services producteurs* $\sim$ heures travaillées homogènes.
- Évolutions sur longue période de la durée du travail En France, baisse tendancielle.
- Il faut pondérer aussi chaque type de travail par sa qualité.
- Au vu des rémunérations, la productivité du travail varie avec la qualification, l'expérience, etc.). Ce sont des indicateurs de la qualité du travail.
- En règle générale, on mesure la qualité du travail par sa rémunération : 8h00 de travail payées deux fois le SMIC "valent" 16h00 de travail au SMIC.

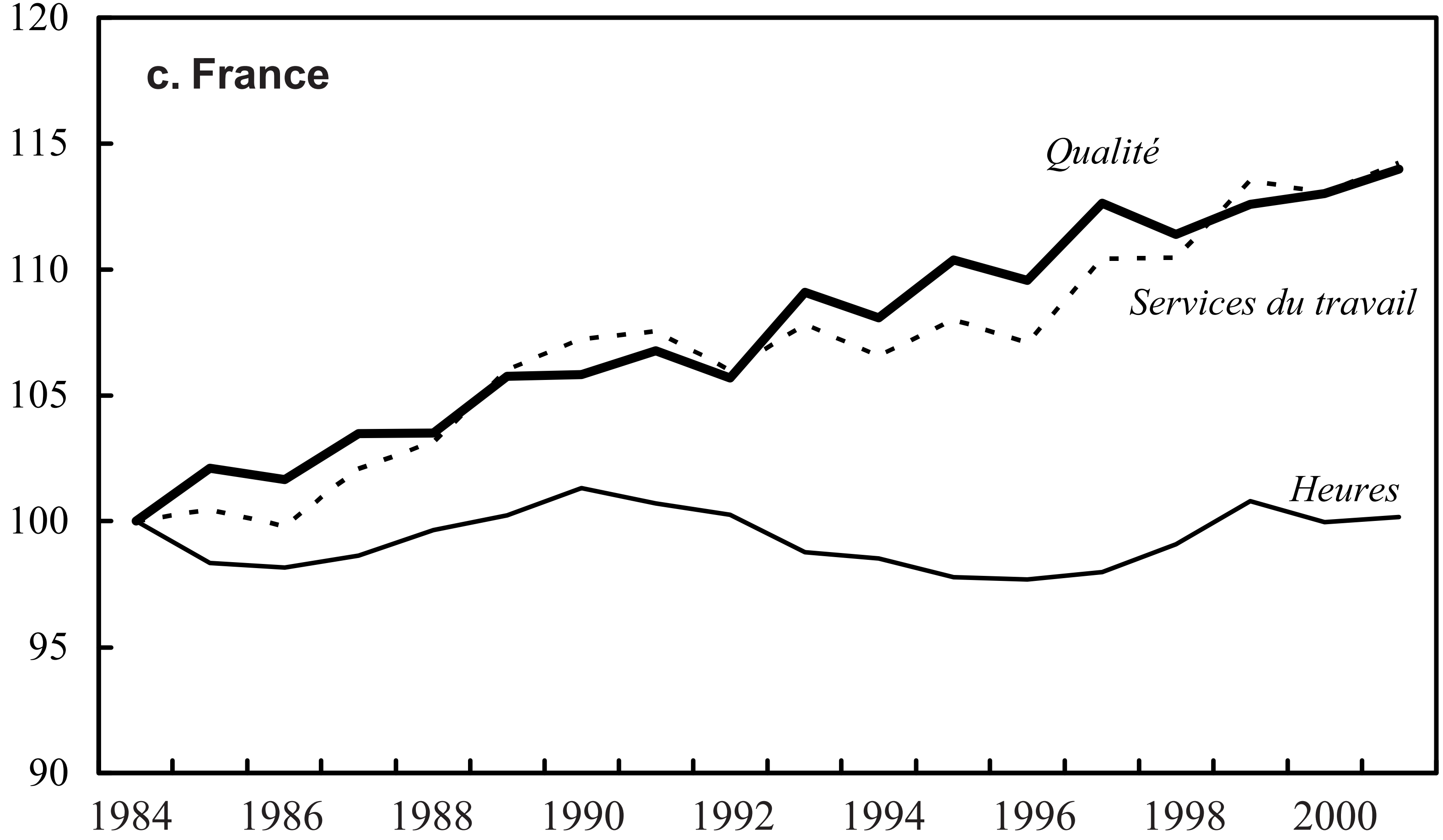
Part du travail non-qualifié en France

11. Part de l'emploi non qualifié dans le total…

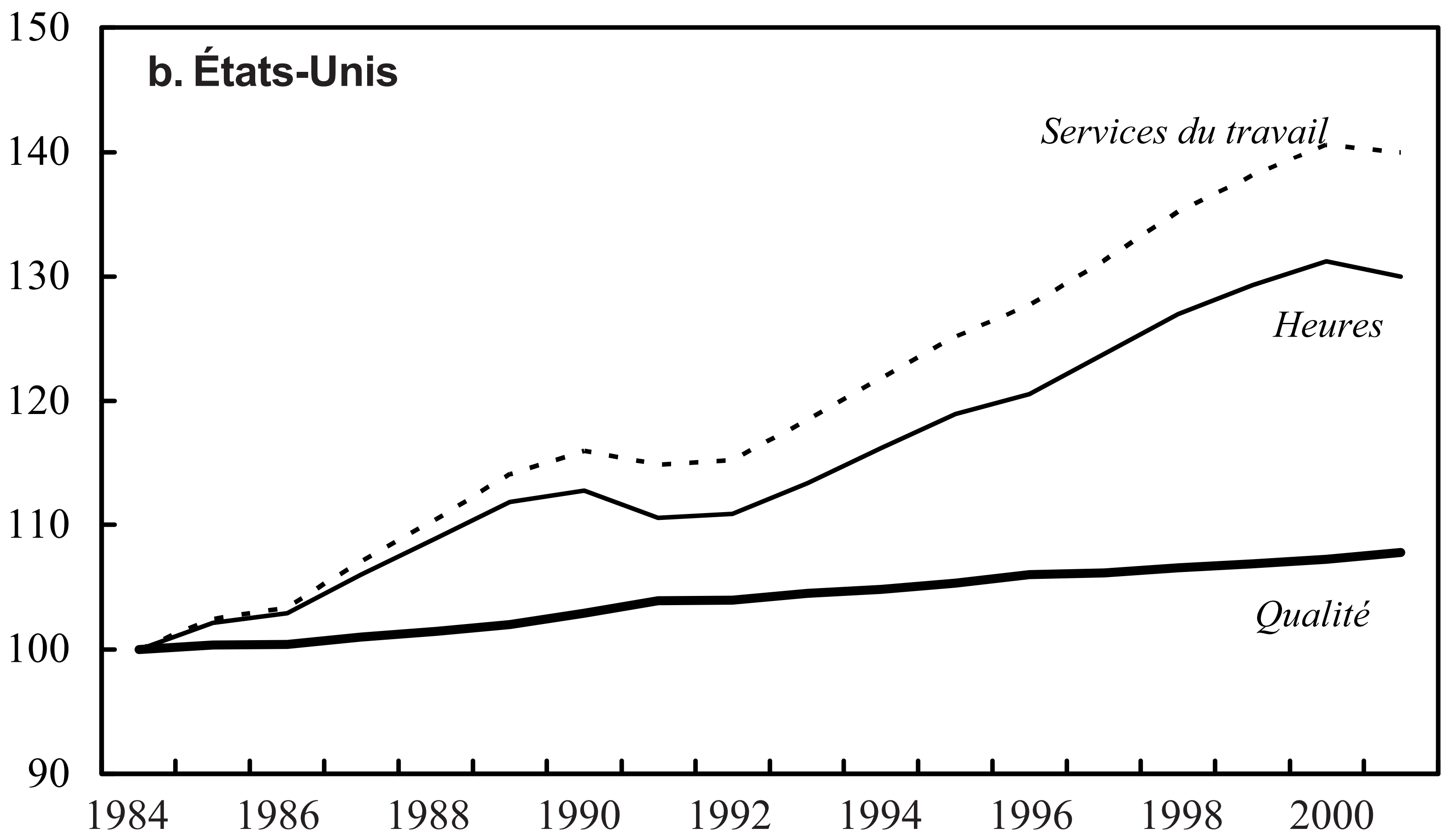


Source : INSEE, Division Emploi, à partir des Enquêtes Emploi.

Heures et qualité du travail



Heures et qualité du travail



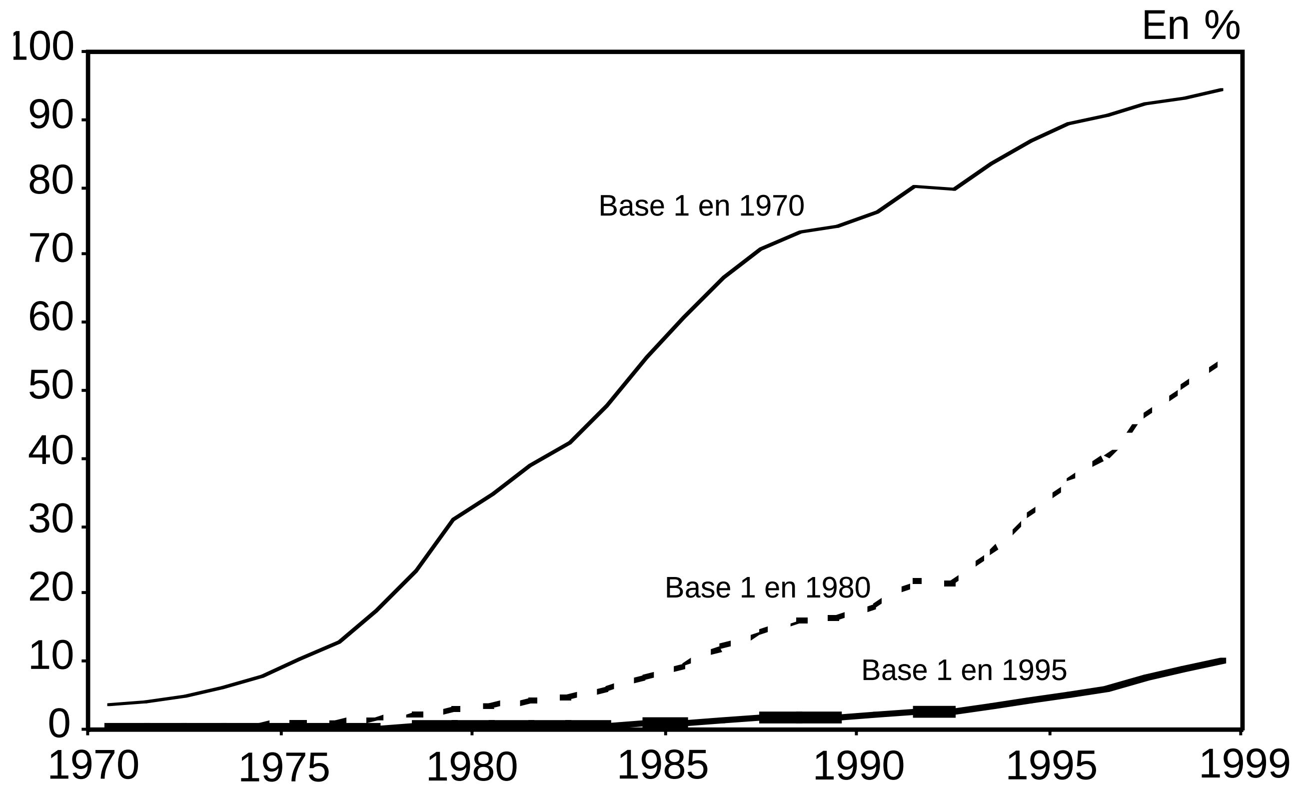
Bien mesurer le stock de capital agrégé

- Nécessite d'ajouter des équipements d'âge différents.
- Sans problème si le bénéfice du progrès technique mesuré par A bénéficie à tous les équipements : *non–incorporé*
  $\neq$ *Progrès technique incorporé* est acquis à travers l'acquisition de nouveaux équipements, qui permet une amélioration de la productivité d'une *génération de capital* à l'autre.
- Mesurer et comparer entre deux périodes l'investissement et le capital est difficile, et tout particulièrement pour les (N)TIC.
- Deux téléphones mobiles (ordinateurs, télé, etc) sortis en 2000 et 2010, aux prix de 100€ en 2000 et 120€ en 2010.
  - terminal de 2010 plus cher en € courants, mais pas en € constants (20% d'inflation entre janvier 2000 et octobre 2010)
  - services rendus du terminal de 2010 très supérieurs.

- Deux approches pour mesurer un nouvel équipement
  - évaluation au prix des facteurs — terminal à 100€
  - évaluation aux services producteurs — tâche donnée
- Imaginons une innovation technologique qui permet de produire, avec les mêmes quantités de facteurs, une gomme qui gomme deux fois plus.
- Les comportements de marge ne changent pas : la gomme est vendue au prix de 1€ .
- Approche aux coûts des facteurs : le volume et le prix unitaire de la gomme restent inchangés (1 gomme – prix unitaire 1€).
- $Y(t) = A(t)\, F\, [K(t), N(t)]$: K ne change pas, donc A augmente.
- Dans l'approche aux services producteurs, le volume de gommes est doublé – le prix *unitaire* de la nouvelle gomme est divisé par deux (2 gommes pour 1€ , 0,5€ la gomme).
- $Y(t) = A(t)\, F\, [K(t), N(t)]$: K double, A ne change pas.

Mesure de l'investissement informatique

- La question n'est pas que théorique.
- Que se passe t-il si l'on mesure l'investissement en matériel informatique en France aux prix de 1970, 1980 ou 1995 ?



La mesure du capital en pratique

- En France comme aux Etats-Unis, c'est essentiellement la méthode au coûts des facteurs qui est utilisée.
- Mais sur la base d'enquêtes pour observer les prix de vente industriels pour un grand nombre d'équipements *dont les caractéristiques restent inchangées* (méthode par appariements).
- Pour quelques équipements (matériel informatique aux EU, PC en France), c'est une méthode *hédonique* qui est utilisée :
  - un équipement est découpé en caractéristiques,
  - le prix unitaire de chaque caractéristique est estimé.
  - prix d'un équipement $p = \sum p_i c_i$, avec p_i le prix unitaire de la caractéristique i et c_i le nombre d'unités de la caractéristique i.

2.3 Les contributions à la croissance : France-USA

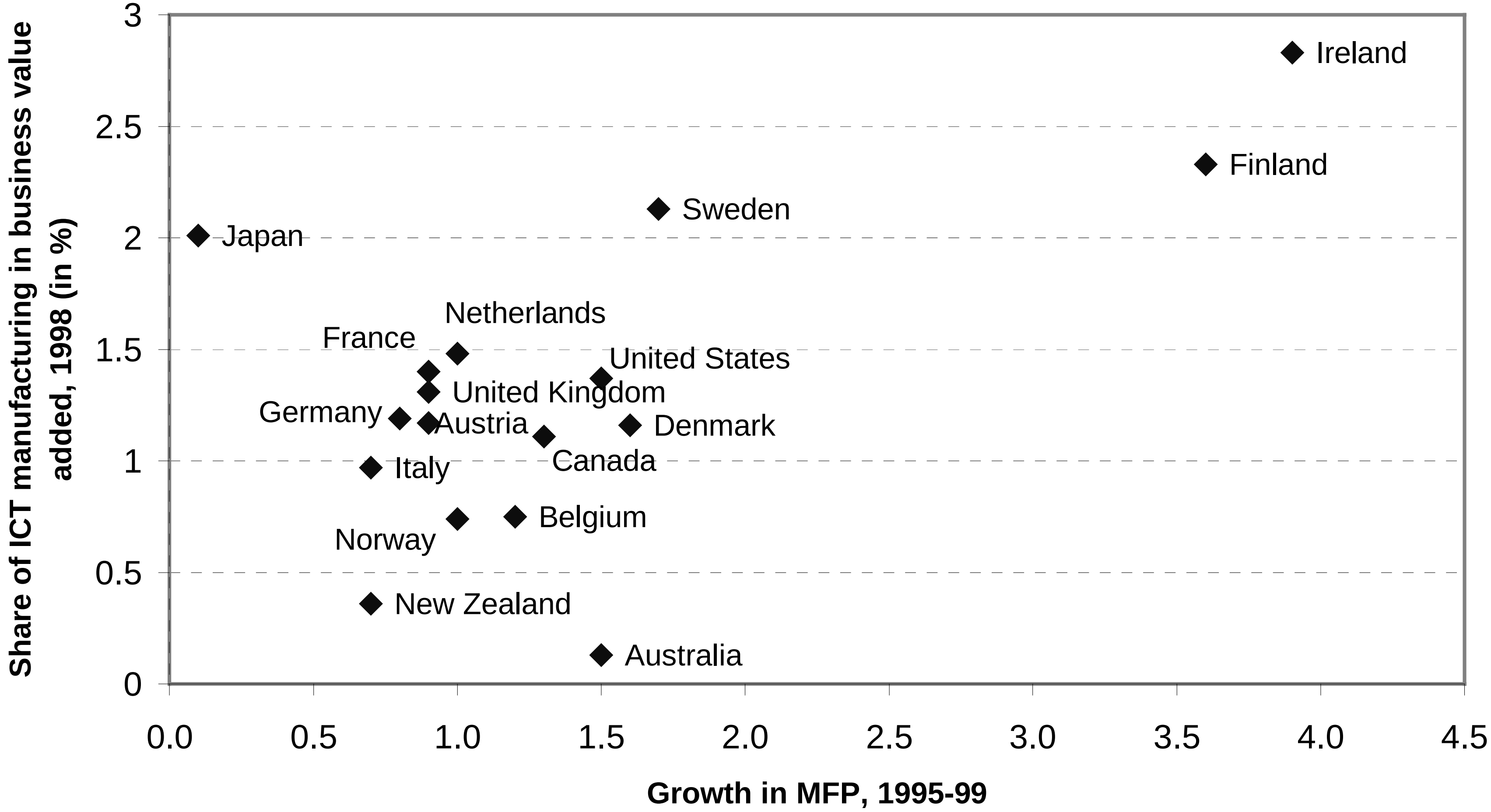
(taux de croissance en pourcentage)

	États-Unis					France		
	Oliner et Sichel (2002)			Jorgenson, Ho et Stiroh (2002)		Cette, Mairesse et Kocoglu		
	1974-1990	1990-1995	1995-2001	1973-1995	1995-2000	1980-1990	1990-1995	1995-2002
Productivité (a)	**1,36**	**1,54**	**2,43**	**1,44**	**2,36**	**2,69**	**1,54**	**0,88**
Capital deepening	0,77	0,52	1,19	0,88	1,40	1,39	1,68	0,57
dont Total TIC	*0,41*	*0,46*	*1,02*	*0,32*	*0,76*	*0,23*	*0,19*	*0,37*
Matériels informatiques	0,23	0,19	0,54	.	.	0,11	0,08	0,17
Logiciels	0,09	0,21	0,35	.	.	0,07	0,05	0,11
Matériels de communication	0,09	0,05	0,13	.	.	0,05	0,06	0,09
Autres capital	*0,37*	*0,06*	*0,17*	*0,56*	*0,64*	*1,16*	*1,49*	*0,20*
Qualité du travail (b)	0,22	0,45	0,25	0,23	0,17			
PGF	0,37	0,58	0,99	0,33	0,80	1,69	0,01	0,90

EU-USA, 1980-2001

	1980-1990	1990-1995	1995-2001
European Union			
Gross domestic product	2.38	1.58	2.42
Contribution of labor	0.05	-0.59	0.69
Contribution of capital services	1.21	1.03	1.26
Information technology capital services	0.35	0.27	0.46
Noninformation technology capital services	0.86	0.77	0.81
Contribution of total factor productivity	1.12	1.14	0.46
United States			
Gross domestic product	3.19	2.42	3.52
Contribution of labor	1.22	0.86	1.15
Contribution of capital services	1.21	0.96	1.57
Information technology capital services	0.59	0.46	0.82
Noninformation technology capital services	0.62	0.49	0.75
Contribution of total factor productivity	0.75	0.61	0.80
US-EU difference			
Gross domestic product	0.81	0.84	1.10
Contribution of labor	1.18	1.45	0.46
Contribution of capital services	0.00	-0.08	0.30
Information technology capital services	0.25	0.20	0.36
Noninformation technology capital services	-0.24	-0.27	-0.06
Contribution of total factor productivity	-0.37	-0.53	0.34

Contributions des TIC dans l'OCDE



Contributions à la croissance française

	1980-2000	1980-1990	1990-2000	1990-1995	1995-2000
A - **Champ : Ensemble de l'industrie**					
Volume de la valeur ajoutée	2,21	2,20	2,21	1,15	3,29
Total TIC	0,12	0,11	0,13	0,05	0,21
Autres capital fixe	0,71	0,92	0,50	0,65	0,35
Travail	-1,62	-1,78	-1,45	-1,97	-0,92
Productivité globale des facteurs	2,99	2,95	3,03	2,41	3,66
B - **Champ : Industrie TIC**					
Volume de la valeur ajoutée	6,63	5,55	7,72	6,02	9,44
Total TIC	0,14	0,17	0,11	0,03	0,20
Autres capital fixe	0,93	1,68	0,18	0,33	0,03
Travail	-0,68	-0,70	-0,67	-1,56	0,23
Productivité globale des facteurs	6,24	4,39	8,09	7,22	8,98
C - **Champ : Industrie hors TIC**					
Volume de la valeur ajoutée	1,55	1,68	1,43	0,46	2,42
Total TIC	0,12	0,11	0,13	0,05	0,21
Autres capital fixe	0,68	0,81	0,55	0,70	0,39
Travail	-1,72	-1,91	-1,54	-2,02	-1,06
Productivité globale des facteurs	2,48	2,66	2,29	1,72	2,87
D - **Champ : Ensemble des services**					
Volume de la valeur ajoutée	2,53	3,46	1,60	0,47	2,75
Total TIC	0,35	0,34	0,36	0,26	0,47
Autres capital fixe	1,11	1,13	1,09	1,37	0,81
Travail	0,57	0,63	0,51	0,11	0,91
Productivité globale des facteurs	0,50	1,36	-0,36	-1,27	0,57
E - **Champ : Services TIC**					
Volume de la valeur ajoutée	4,39	4,79	4,00	1,49	6,57
Total TIC	0,43	0,41	0,45	0,32	0,59
Autres capital fixe	0,73	0,83	0,63	1,07	0,28
Travail	1,36	1,52	1,20	0,69	1,71
Productivité globale des facteurs	1,88	2,03	1,73	-0,48	3,99
F - **Champ : Services hors TIC**					
Volume de la valeur ajoutée	2,18	3,25	1,13	0,29	1,98
Total TIC	0,34	0,32	0,35	0,25	0,45
Autres capital fixe	1,18	1,18	1,18	1,45	0,91
Travail	0,45	0,51	0,40	0,02	0,78
Productivité globale des facteurs	0,21	1,24	-0,80	-1,43	-0,16
G - **Champ : Autres branches marchandes**					
Volume de la valeur ajoutée	-0,22	-0,01	-0,43	0,01	-0,87
Total TIC	0,08	0,10	0,06	0,04	0,08
Autres capital fixe	0,55	0,97	0,13	0,35	-0,09
Travail	-1,72	-1,88	-1,55	-2,06	-1,02
Productivité globale des facteurs	0,86	0,80	0,92	1,69	0,16

L'approche par la fonction de production agrégée

1. La fonction de production agrégée
2. La comptabilité de la croissance
3. Le modèle de croissance néoclassique

Présentation du modèle de Solow

- Ce modèle permet d'étudier le plus simplement possible les conséquences de l'accumulation du capital sur la productivité et les revenus, et d'analyser les interactions entre progrès technique, accroissement démographique et accumulation.
- Peut s'interpréter comme une détermination des quantités ou comme un modèle *d'équilibre général*.
- Sa solution est compatible avec les faits stylisés Kaldoriens.
- Robert M. Solow, *A contribution to the theory of economic growth* 1956.

3.1 Les hypothèses

- Fonction de production agrégée néo–classique.
- Évolution exogène de la population.
- Évolution exogène de la technologie.
- Taux d'épargne exogène.
- Fonctionnement concurrentiel des marchés.

L'accumulation de capital

- L'accumulation du capital K répond à deux forces opposées.
- L'investissement I décrit le flux de nouveaux biens capitaux venant s'ajouter à ceux disponibles précédemment.
- Les équipements des générations précédentes perdent une partie de leur capacité productive : casse, vitesse d'utilisation moins élevée, maintenance plus importante, etc.
  - La dépréciation augmente avec le stock de capital.
  - On suppose une relation linéaire au taux $0 < \delta < 1$: tout se passe comme si une fraction δ du capital existant disparaissait chaque période.

L'investissement

- Achat (par les entreprises) d'un bien dont la durée de vie dépasse une période et n'étant pas totalement détruit au cours de la production.
- L'investissement de remplacement $= \delta\, K(t)$ permet le maintien des capacités productives.
- L'investissement net $= I(t) - \delta\, K(t)$ permet l'augmentation des capacités productives.
- Le stock de capital baisse si $I(t) < \delta\, K(t)$.
- L'investissement peut même être négatif : le capital est *réversible* $\simeq$ existence de marchés d'occasion, pas de coûts d'installation, etc.

La loi d'accumulation de capital en temps continu et en temps discret

- *Inventaire permanent*.
- L'investissement aujourd'hui ne devient productif que dans une période $\Rightarrow$ le stock de capital physique auj. est prédéterminé, il dépend des investissements passés.
- Si l'on suppose que le temps s'écoule de façon *discrète*, $t = 1, 2, 3, \ldots$, le stock de capital disponible à la période suivante dépend du stock de capital et de l'investissement de la période courante :

$$K_{t+1} = K_t + I_t - \delta \cdot K_t = (1 - \delta) K_t + I_t.$$

- Si le temps s'écoule de façon *continu*, l'accroissement du stock de capital au cours d'un intervalle de temps d'une durée infinitésimale dt s'écrit :

$$\frac{dK(t)}{dt} = \dot{K}(t) = I(t) - \delta \cdot K(t).$$

Revenu, consommation et épargne

- Le taux d'épargne $0 < s < 1$ est exogène.
- Partage du revenu $Y(t)$ entre consommation $C(t)$ et épargne $S(t)$:

$$\begin{cases} C(t) &= (1-s)Y(t) \\ S(t) &= sY(t) \end{cases}$$

- La part du revenu consommée (la part du revenu épargnée) est la même quels que soient les niveaux de revenu courant, le patrimoine (ou l'endettement courant) ou les anticipations de revenu futur.

Épargne et investissement

- Économie fermée : ni importations, ni exportations.
- Pas d'État : ni dépenses publiques, ni taxes

$\simeq$ consommation et investissement publics sont incorporés à la consommation totale C et à l'investissement total I.

- Équilibre emplois–ressources :

$$Y(t) = C(t) + I(t).$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{lcl} I(t) & = & Y(t) - C(t) \equiv S(t) \\ & = & sY(t). \end{array} \right.$$

- Équation d'accumulation du capital en temps continu

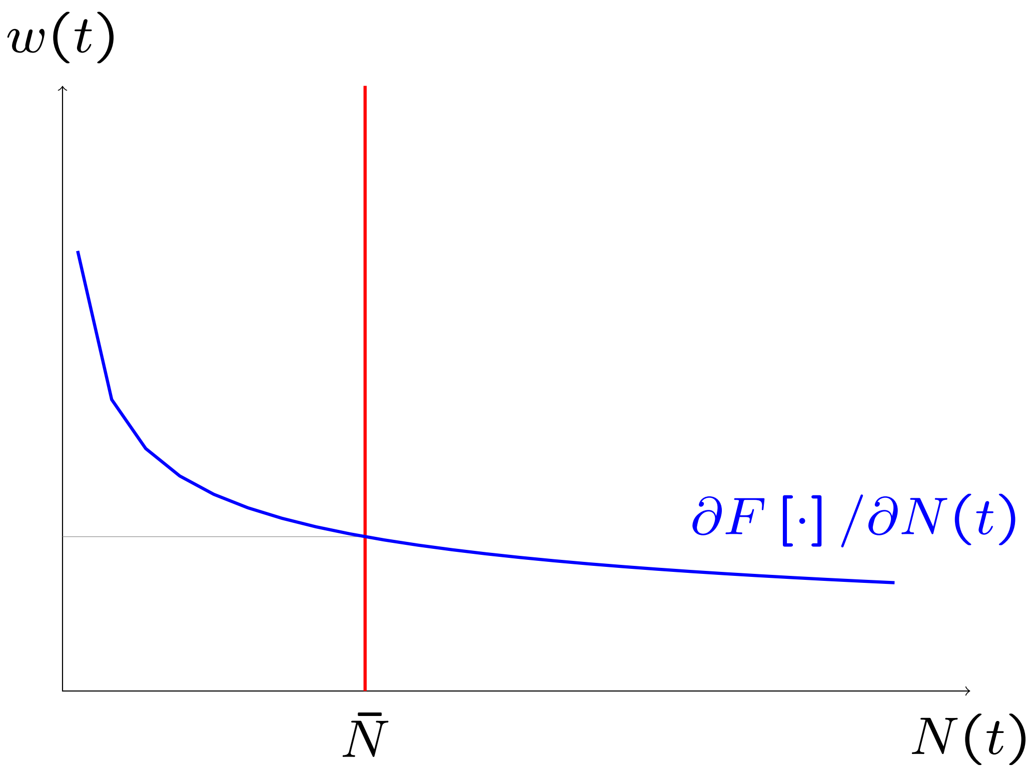
$$\dot{K}(t) = s \cdot F\left[A(t), K(t), N(t)\right] - \delta \cdot K(t).$$

Les marchés des facteurs

- Le modèle de croissance néoclassique est un modèle d'équilibre général : détermination simultanée des prix et des quantités sur l'ensemble des marchés.
- De part sa structure très simple, on peut connaître les quantités sans résoudre explicitement l'équilibre.
- Détermination des prix.
  - Prix du bien final=1 : bien numéraire.
  - Salaire $w(t)$.
  - Rémunération du capital $z(t)$.
- L'évolution des prix est à l'origine des décisions individuelles et donc des évolutions agrégées.

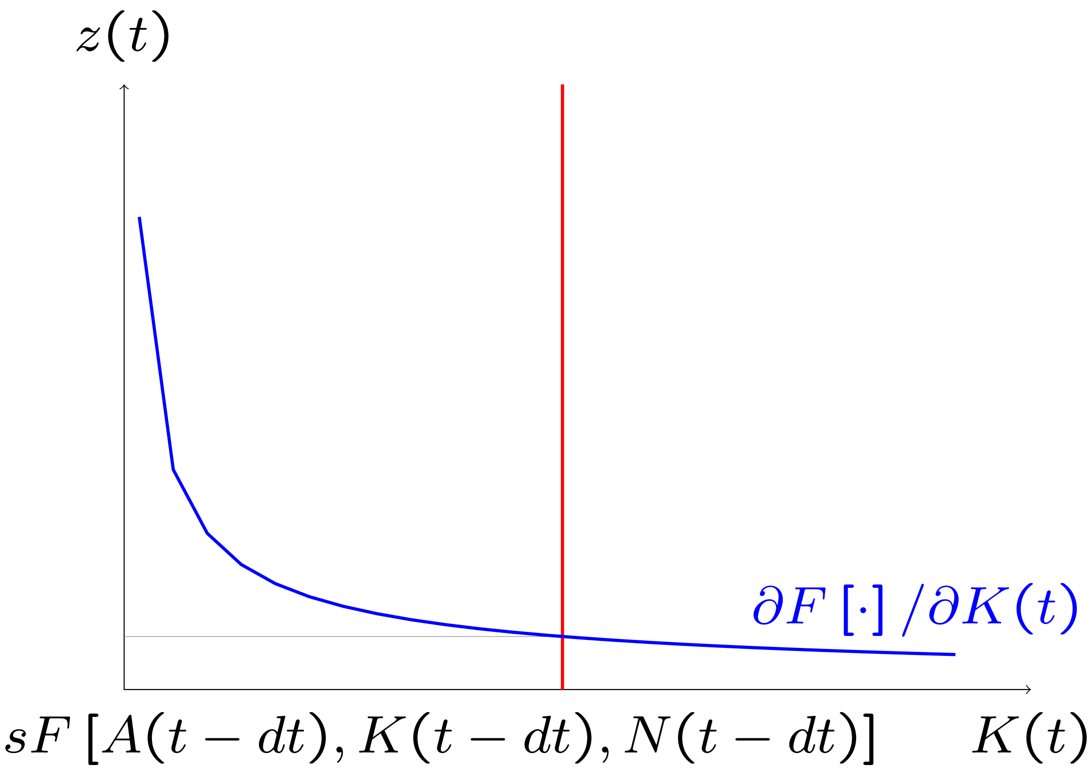
Le marché du travail

- La demande de travail est une fonction décroissante du salaire telle que $\frac{\partial F[A(t),K(t),N(t)]}{\partial N(t)} = w(t)$.
- Offre de travail inélastique : ne dépend pas du salaire réel.
- Parfaite flexibilité du salaire réel assure le plein–emploi.



Le marché du capital

- La demande de capital décroît avec sa rémunération : le stock de capital optimal vérifie $\frac{\partial F[A(t),K(t),N(t)]}{\partial K(t)} = z(t)$.
- L'épargne ne dépend que du revenu, qui dépend du capital prédéterminé $\Rightarrow$ l'offre de capital ne dépend pas de sa rémunération.
- Illustration avec une dépréciation totale.



3.2 Le modèle de base et sa résolution

- On suppose pour commencer que population et technologie n'évoluent pas au cours du temps.
  - Emploi $\bar{N}$ que l'on peut normaliser à 1.
  - Niveau technologique $\bar{A}$ que l'on peut normaliser à 1.
- Seule dynamique : l'accumulation du capital.
- La technique de résolution et les propriétés de la solution seront semblables dans le modèle complet.

La dynamique du capital

- $Y(t) = F\left[\bar{A}, K(t), \bar{N}\right].$

- $\left.\begin{array}{rcl} C(t) & = & (1-s)\,Y(t) \\ Y(t) & = & C(t) + I(t) \end{array}\right\} \Rightarrow I(t) = s\,Y(t).$

- $\dot{K}(t) = I(t) - \delta K(t) = s\,F\left[\bar{A}, K(t), \bar{N}\right] - \delta K(t).$
- L'évolution du stock de capital $\dot{K}(t)$ ne dépend que du montant initial de capital $K(t)$: dynamique autonome.

La dynamique de l'accumulation

- Pour une valeur donnée du stock de capital $K(t)$, on connaît son évolution $\dot{K}(t)$.
- Trois possibilités qualitatives
  - hausse : $\dot{K}(t) > 0$,
  - baisse : $\dot{K}(t) < 0$,
  - pas de changement : $\dot{K}(t) = 0$.
- Un niveau de capital ne changeant pas au cours du temps est dit stationnaire. $\dot{K}(t) = 0$ ssi $s\,F\,[\bar{A}, K(t), \bar{N}] = \delta K(t)$.
- Si l'économie atteint un état stationnaire, elle ne le quittera jamais.
- L'économie tend vers un état stationnaire, bien qu'elle l'atteigne en un temps infini.

La dynamique de l'accumulation

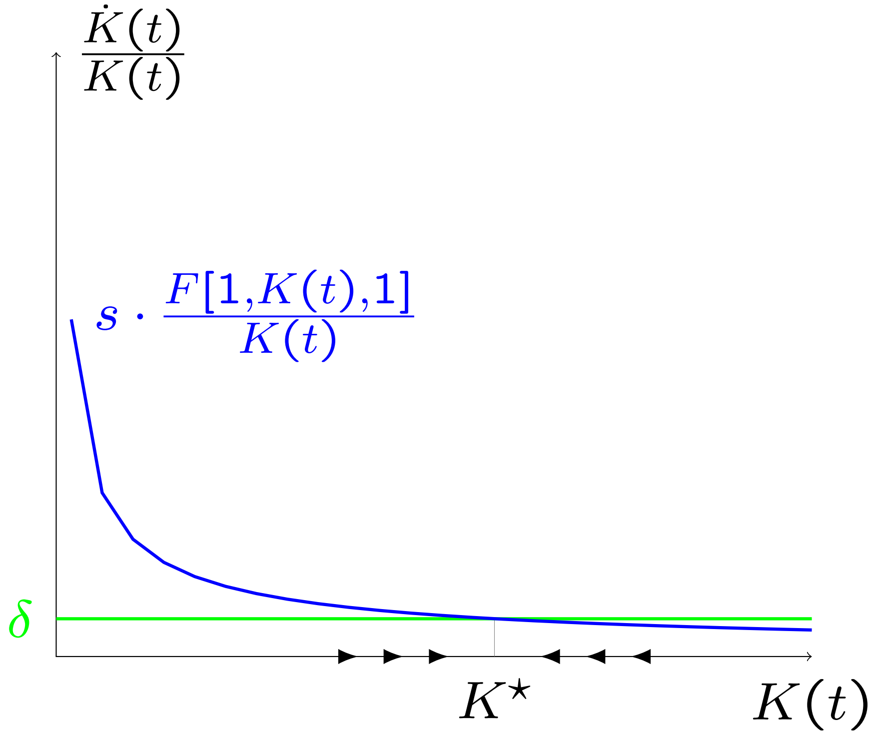
- L'économie résumée par l'équation $\dot{K}(t) = s\,F\,[\bar{A}, K(t), \bar{N}] - \delta K(t)$
  - admet un stock de capital stationnaire *strictement* positif, noté $K^\star$. Existence
  - cet état stationnaire est unique. Unicité
  - l'économie se dirige spontanément (ou retourne) vers cet état stationnaire. Stabilité

- Il peut exister un deuxième état stationnaire dans lequel ce stock de capital est nul. Si elle existe, cette solution est instable et sans intérêt économique.

Existence, unicité

- Pour tout $K(t) > 0$, le taux de croissance du stock de capital $\frac{\dot{K}(t)}{K(t)}$ vaut $s \cdot \frac{F[\bar{A},K(t),\bar{N}]}{K(t)} - \delta$. Selon que $\frac{F[\bar{A},K(t),\bar{N}]}{K(t)} \begin{matrix} > \\ = \\ < \end{matrix} \frac{\delta}{s}$, le capital croît, décroît ou reste inchangé .
- Analysons la fonction $F\left[\bar{A}, K(t), \bar{N}\right] / K(t)$, c'est-à-dire la production par unité de capital.
- Rendements constants $\Rightarrow \frac{F[\bar{A},K(t),\bar{N}]}{K(t)} = F\left[\bar{A}, 1, \frac{\bar{N}}{K(t)}\right]$.
- Sa dérivée par rapport à K est négative : si $K \uparrow$, $\frac{N}{K} \downarrow$ et $F\left[1, \frac{\bar{N}}{K(t)}\right] \downarrow$
- Quand $K \to 0$, $\frac{N}{K} \to \infty$ et $F\left[\bar{A}, 1, \frac{\bar{N}}{K(t)}\right] \to \infty$.
- Quand $K \to \infty$, $\frac{N}{K} \to 0$ et $F\left[\bar{A}, 1, \frac{\bar{N}}{K(t)}\right] \to 0$.
- Donc cette fonction décroît de façon monotone jusqu'à 0 $\Rightarrow$ elle passe forcément par $\frac{\delta}{s}$ une fois et une seule.

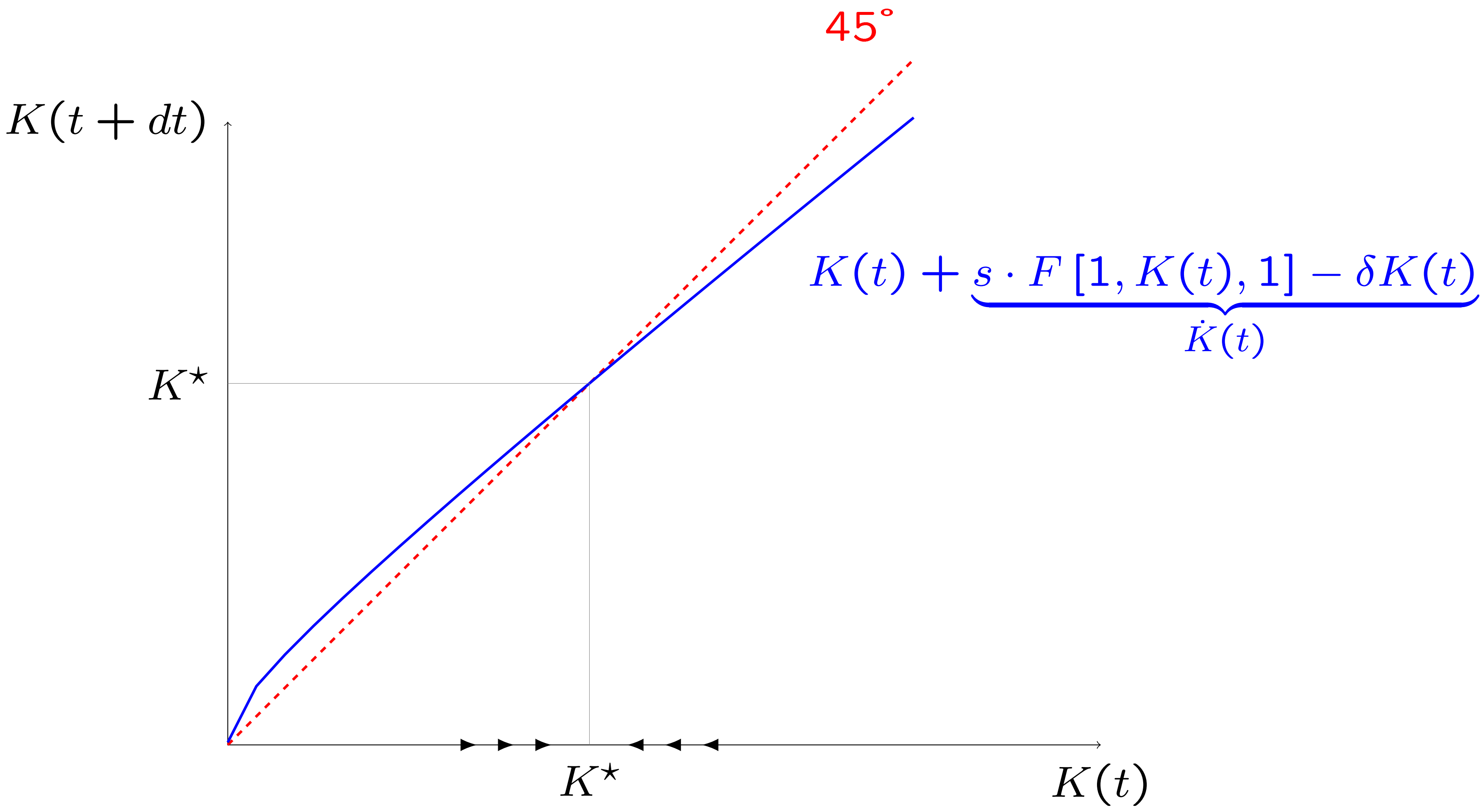
Existence, unicité et stabilité : taux de croissance



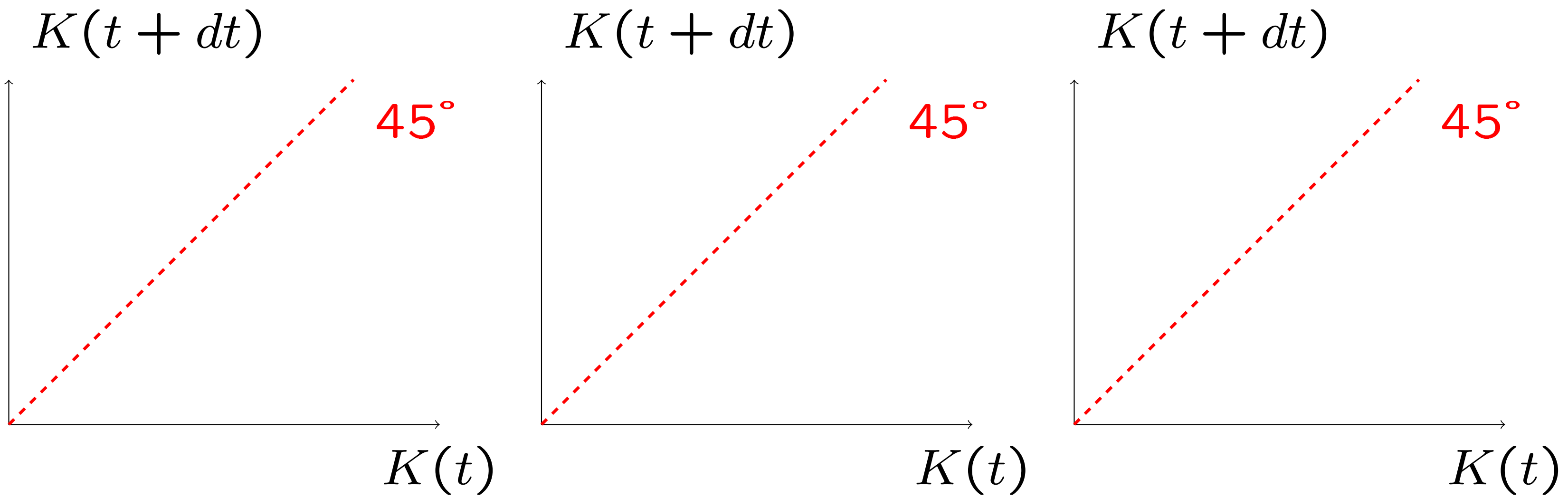
Interprétation économique

- À l'état stationnaire, la partie de la production qui est épargnée compense exactement la dépréciation du capital : *point mort* de l'accumulation.
- Les premières unités de capital sont très productives/rémunératrices. Elles le sont de moins en moins lorsque le stock de capital augmente.
- Au-delà de l'état stationnaire, le supplément de production ne permet pas de faire face au supplément de dépréciation
  $\Rightarrow$ le capital baisse et se rapproche de l'état stationnaire.
- En-deçà de l'état stationnaire, le supplément de production excède le supplément de dépréciation
  $\Rightarrow$ le capital augmente et se rapproche de l'état stationnaire.

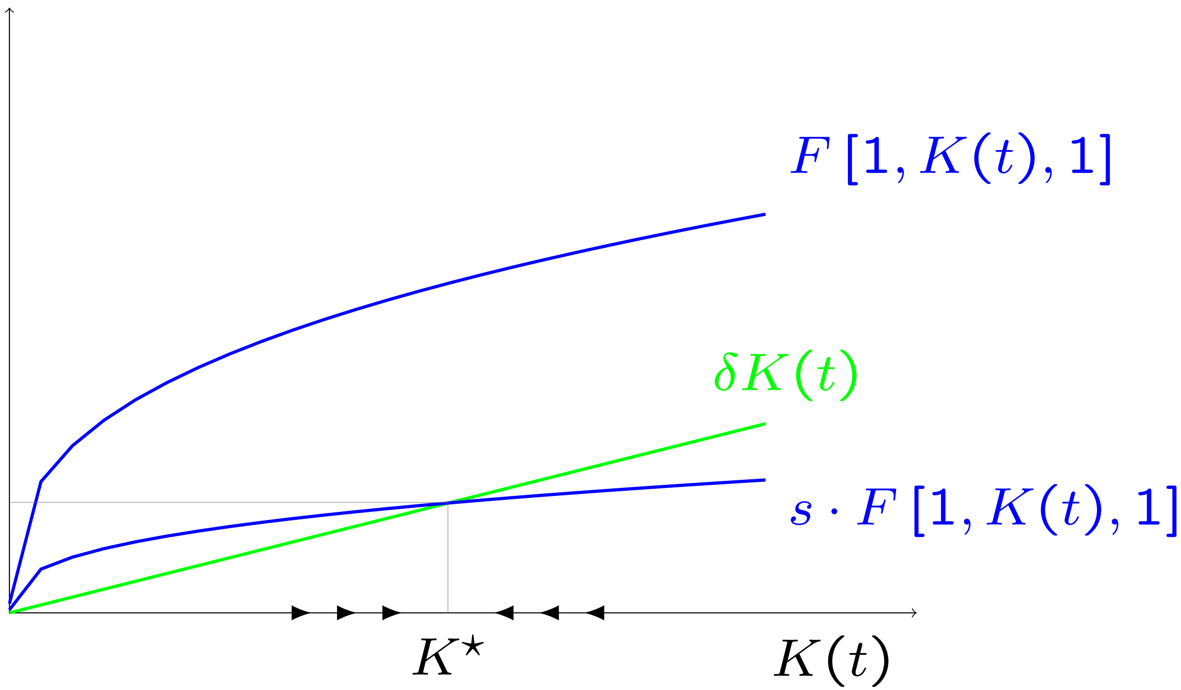
Existence, unicité et stabilité : diagramme à 45 degrés



Existence, unicité et stabilité : diagramme à 45 degrés



Existence, unicité et stabilité : niveau



3.3 Croissance démographique et progrès technique

- Dans le modèle de base, le revenu tend vers son niveau d'état stationnaire.
  $\Rightarrow$ le taux de croissance de long terme (asymptotique) du revenu est nul.
- Pour soutenir la croissance des revenus, il faut que l'accumulation du capital se poursuive, donc augmenter sa rentabilité : hausse de l'emploi ou de la technologie.
- Généralisation
  - Évolution *exogène* de la population active.
  - Évolution *exogène* de la technologie.
- Une transformation de cette économie converge elle aussi vers un état stationnaire : l'économie sous forme intensive.

Les variables intensives avec croissance démographique

- Les rendements d'échelle constants signifient que l'échelle de production n'a pas d'effet sur son efficacité : seuls comptent les rapport entre les quantités de facteurs mises en oeuvre pour produire.
- La production par personne $Y(t)/N(t)$ ne dépend pas de l'emploi mais du capital par tête $K(t)/N(t)$, ou intensité capitalistique :

$$\frac{Y(t)}{N(t)} = \frac{1}{N(t)} \cdot F\left[A(t), K(t), N(t)\right] = F\left[A(t), \frac{K(t)}{N(t)}, 1\right].$$

- Le progrès technique portant sur le travail (neutralité au sens de Harrod) est formellement équivalent à une hausse de l'emploi :

$$F\left[A(t), K(t), N(t)\right] = F\left[K(t), A(t) \cdot N(t)\right].$$

  La même logique s'applique.

Les variables intensives avec croissance démographique et progrès technique

$$\begin{cases} \frac{Y(t)}{A(t)\cdot N(t)} & = & \frac{1}{A(t)\cdot N(t)} \cdot F\left[K(t), A(t) \cdot N(t)\right] = F\left[\frac{K(t)}{A(t)\cdot N(t)}, 1\right] \\ y(t) & = & f\left[k(t)\right] \text{ avec } f\left[k(t)\right] = F\left[k(t), 1\right]. \end{cases}$$

- La production par unité de travail intensive, $y(t) = \frac{Y(t)}{A(t)\cdot N(t)}$ dépend du capital par unité de travail intensive, $k(t) = \frac{K(t)}{A(t)\cdot N(t)}$:
- La concavité de la fonction F est transmise à sa forme intensive $f(\cdot)$: la productivité marginale liée à une hausse de l'intensité capitalistique est positive $\frac{df[k(t)]}{dk(t)} > 0$ et décroissante $\frac{d^2 f[k(t)]}{dk(t)^2} < 0$.
- Les conditions d'Inada sont préservées : $f[0] = 0$, $\lim_{k(t)\to+\infty} \frac{df[k(t)]}{dk(t)} = 0$ et $\lim_{k(t)\to 0} \frac{df[k(t)]}{dk(t)} = +\infty$.

La dynamique de l'économie intensive

$$
\begin{aligned}
\dot{k}(t) &= \left(\dot{\overline{\frac{K(t)}{A(t)\cdot N(t)}}}\right) = \frac{\dot{K}(t)}{A(t)\cdot N(t)} - \frac{K(t)[\dot{A}(t)\cdot N(t)+A(t)\cdot \dot{N}(t)]}{[A(t)\cdot N(t)]^2} \\
&= \frac{\dot{K}(t)-K(t)\cdot\left[\frac{\dot{A}(t)}{A(t)}+\frac{\dot{N}(t)}{N(t)}\right]}{A(t)\cdot N(t)} \\
&= \frac{s\cdot F[K(t),A(t)\cdot N(t)]-\delta\cdot K_t-K_t\cdot\left[\frac{\dot{A}(t)}{A(t)}+\frac{\dot{N}(t)}{N(t)}\right]}{A(t)\cdot N(t)} \\
&= \frac{s\cdot A(t)\cdot N(t) f[k(t)]-\delta\cdot A(t)\cdot N(t)\cdot k(t)-A(t)\cdot N(t)\cdot k(t)\cdot\left[\frac{\dot{A}(t)}{A(t)}+\frac{\dot{N}(t)}{N(t)}\right]}{A(t)\cdot N(t)} \\
&= s\cdot f\,[k(t)] - \left[\delta+\frac{\dot{A}(t)}{A(t)}+\frac{\dot{N}(t)}{N(t)}\right]k(t)
\end{aligned}
$$

- L'épargne finançant l'investissement s'oppose à trois forces :
  - la dépréciation, qui réduit le stock de capital total ;
  - la croissance démographique, qui répartit le capital existant en un plus grand nombre de travailleurs ;
  - le progrès technique démultipliant le travail, qui augmente le stock de capital par travailleur désiré et joue ici un rôle parfaitement analogue à la croissance de la population.

État stationnaire de l'économie intensive et croissance équilibrée

- Si la population et le progrès technique augmentent à taux constant, $\frac{\dot{N}(t)}{N(t)} = n$ et $\frac{\dot{A}(t)}{A(t)} = a$, $\dot{k}(t) = s \cdot f\left[k(t)\right] - (\delta + n + a)\, k(t)$.
- La dynamique de $k(t)$ admet un unique état stationnaire stable, pour lequel le stock de capital par unité de travail intensive est constant.
- Si l'on s'intéresse aux variables en niveau, ou par tête, l'économie tend vers un sentier de croissance équilibrée pour lequel les différentes variables progressent au même rythme.

Taux de croissance de l'économie intensive

$$
\begin{aligned}
\dot{k}(t) &= \left[\frac{\dot{K(t)}}{A(t)\cdot N(t)}\right] = \frac{\dot{K}(t)}{A(t)\cdot N(t)} - \frac{K(t)[\dot{A}(t)\cdot N(t) + A(t)\cdot \dot{N}(t)]}{[A(t)\cdot N(t)]^2} \\
\frac{\dot{k}(t)}{k(t)} &= \frac{\dot{K}(t)}{K(t)} \cdot \frac{k(t)}{A(t)\cdot N(t)} - \frac{K(t)}{A(t)\cdot N(t)} \frac{1}{k(t)} \left[\frac{\dot{A}(t)}{A(t)} + \frac{\dot{N}(t)}{N(t)}\right] \\
&= \frac{\dot{K}(t)}{K(t)} - (a+n) = s\frac{f[k(t)]}{k(t} - (\delta + a + n).
\end{aligned}
$$

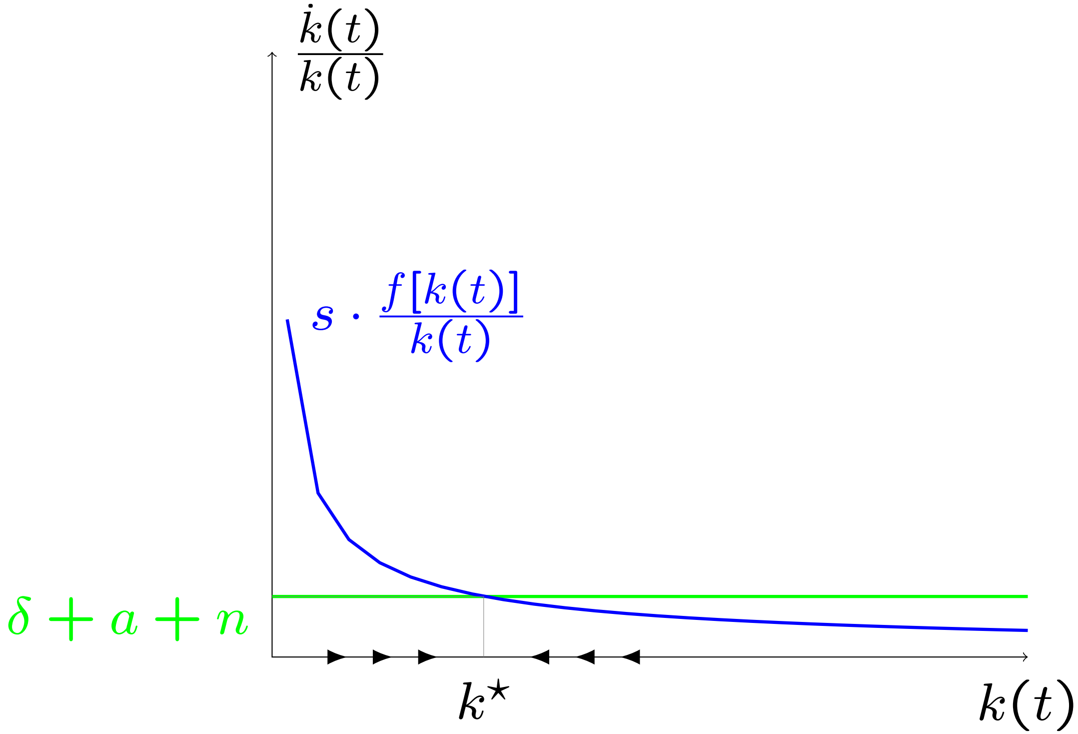
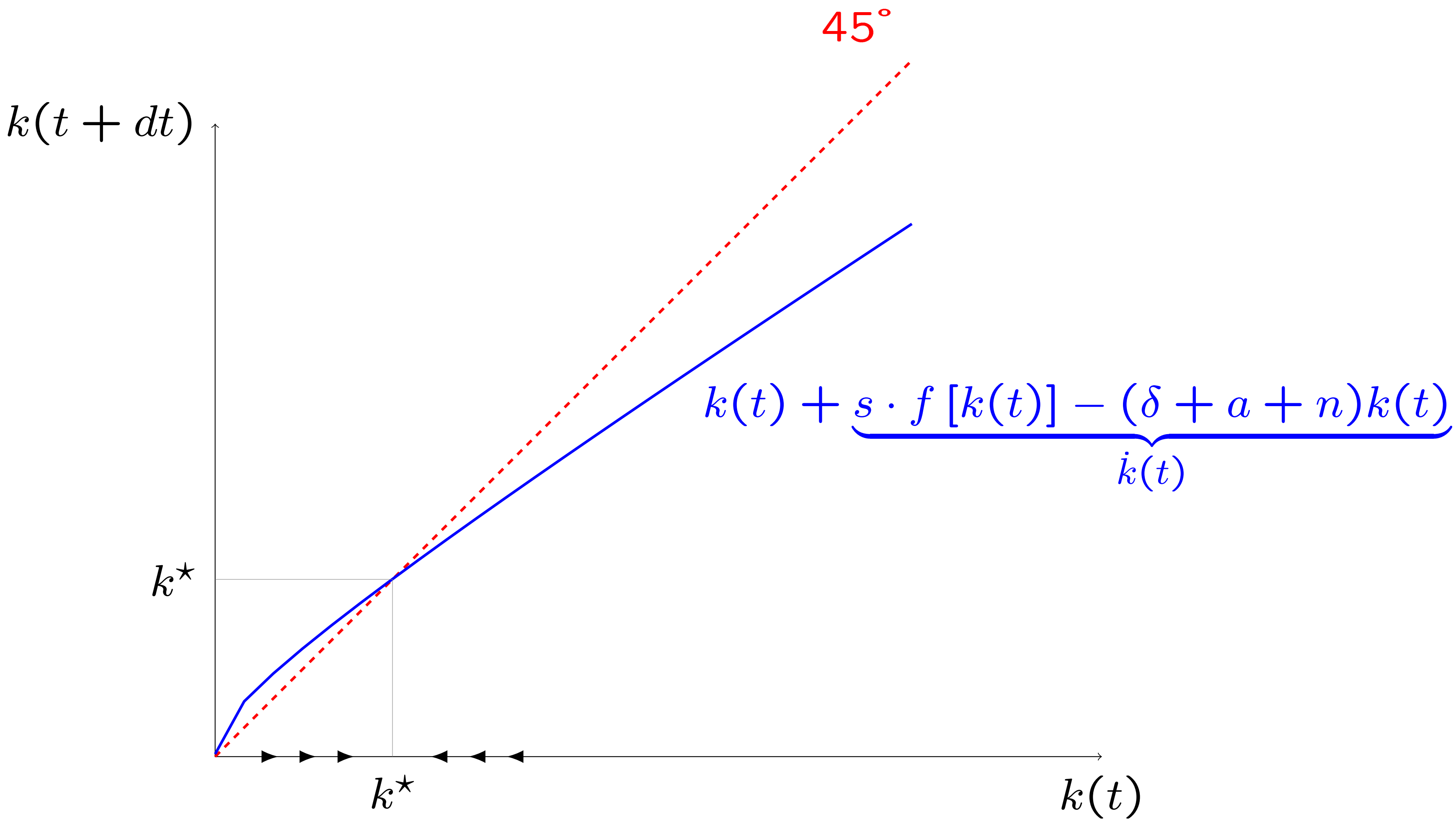
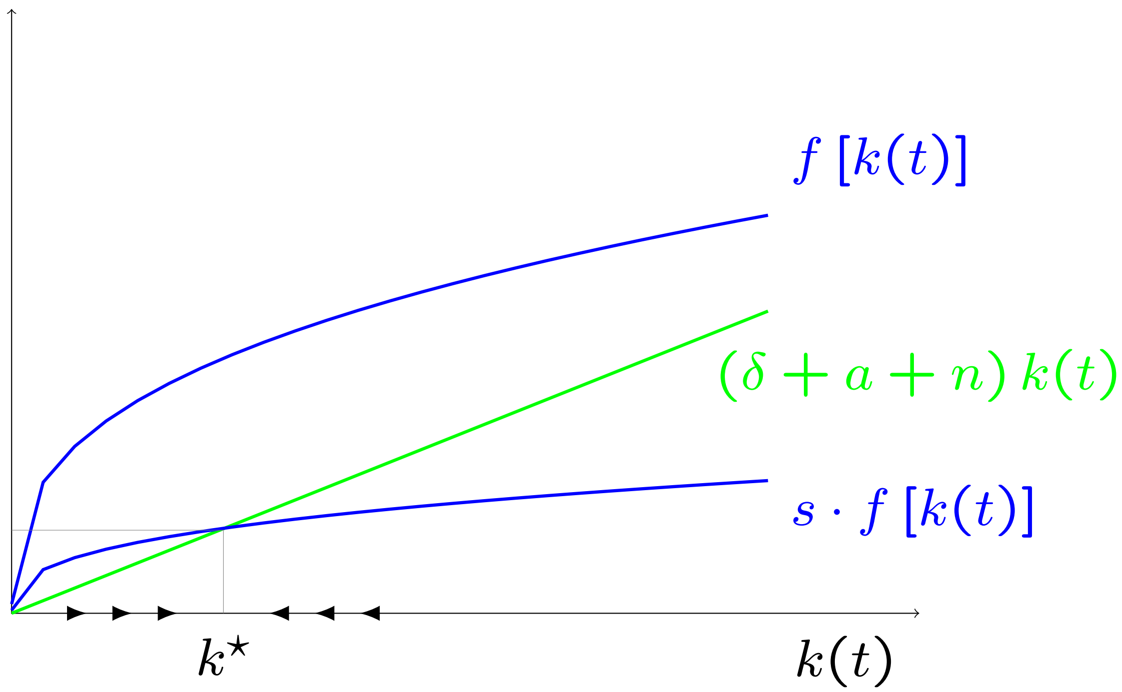


Diagramme à 45 degrés de l'économie intensive



L'économie intensive en niveau



Croissance du capital

- À l'état stationnaire de l'économie intensive, la partie de la production qui est épargnée compense exactement la dépréciation du capital, la dotation des nouveaux travailleurs et la hausse du stock de capital par travailleur.
- $\frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = \frac{\dot{K}(t)}{K(t)} - \left[\frac{\dot{A}(t)}{A(t)} + \frac{\dot{N}(t)}{N(t)}\right] \Leftrightarrow \frac{\dot{K}(t)}{K(t)} = \frac{\dot{k}(t)}{k(t)} + \left[\frac{\dot{A}(t)}{A(t)} + \frac{\dot{N}(t)}{N(t)}\right].$
  À l'état stationnaire de l'économie intensive
  - $\frac{K(t)}{A(t)N(t)}$, le stock de capital par unité de travail intensif ne varie pas
  - $K(t)/N(t)$, le stock de capital par tête augmente au rythme du progrès technique : $\frac{\dot{\overline{K(t)/N(t)}}}{K(t)/N(t)} = \frac{\dot{A}(t)}{A(t)}$.
  - $K(t)$, le stock de capital total augmente au rythme de la démographie et du progrès technique : $\frac{\dot{K}(t)}{K(t)} = \left[\frac{\dot{A}(t)}{A(t)} + \frac{\dot{N}(t)}{N(t)}\right]$.

Croissance du revenu et de la consommation

- $Y(t) = F\left[K(t), A(t)\cdot N(t)\right] = A(t)N(t)\,F\left[\underbrace{\frac{K(t)}{A(t)N(t)}}_{k(t)}, 1\right].$

  À l'état stationnaire de l'économie intensive, le revenu total $Y(t)$ augmente au rythme de la démographie et du progrès technique.

- $\frac{Y(t)}{N(t)} = \frac{F[K(t),A(t)N(t)]}{N(t)} = \frac{A(t)N(t)}{N(t)}F\left[\frac{K(t)}{A(t)N(t)}, 1\right] = A(t)f\left[k(t)\right].$

  À l'état stationnaire de l'économie intensive, le revenu par tête $\frac{Y(t)}{N(t)}$ augmente au rythme du progrès technique.

- La consommation par tête $(1-s)\frac{Y(t)}{N(t)}$ et l'investissement par tête $s\frac{Y(t)}{N(t)}$ augmentent également au rythme du progrès technique.

3.4 Croissance et rémunération des facteurs

- La structure du modèle de Solow permet de déterminer simplement l'évolution des quantités au cours du temps.
- Mais il est important de comprendre le rôle que joue les différents prix des facteurs.
- Le bien final est le numéraire : son prix est fixé à 1.
- Salaire réel $w \equiv \frac{\text{salaire nominal}}{\text{prix du bien}}$ et taux d'intérêt $r \equiv \frac{\text{tx d'interet nominal}}{\text{prix du bien}}$
- CN1 du programme des entreprises :

$$\frac{\partial F(\cdot)}{\partial N(t)} = w(t) \text{ et } \frac{\partial F(\cdot)}{\partial K(t)} = z(t) = r(t) + \delta$$

$\Rightarrow$ il faut évaluer les productivités marginales des facteurs.

Les productivités marginales le long du sentier de croissance équilibrée

- $F\left[K(t), A(t)\,N(t)\right] = A(t)\,N(t)\,f\left[\frac{K(t)}{A(t)\,N(t)}\right]$ avec $k(t) \equiv \frac{K(t)}{A(t)\,N(t)}$
- $$\begin{aligned} z(t) &= \frac{\partial F(\cdot)}{\partial K(t)} = \frac{A(t)\,N(t)}{A(t)\,N(t)}\,f'\left[k(t)\right] \\ &= f'\left[k(t)\right] \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} w(t) &= \frac{\partial F(\cdot)}{\partial N(t)} = A(t)\,f\left[k(t)\right] - \frac{A(t)\,N(t)\,K(t)}{A(t)\,N(t)^2}\,f'\left[k(t)\right] \\ &= A(t)\,\left\{f\left[k(t)\right] - k(t)\,f'\left[k(t)\right]\right\} \end{aligned}$$
- Le long du sentier de croissance équilibrée, $k(t) = k^\star\ \forall t$.

La rémunération du capital le long du sentier de croissance équilibrée

- $r(t) = z(t) - \delta = f'[k^\star] - \delta$
  $\Rightarrow$ le long du sentier de croissance équilibrée, le taux d'intérêt réel est constant au cours du temps *en dépit de la décroissance de la productivité marginale du capital*.
- Les productivités marginales se mesurent à quantités données des autres facteurs. Ici, l'emploi augmente et il y a du progrès technique.
- Fait stylisé 3 : constance du rendement du capital.

La rémunération du travail le long du sentier de croissance équilibrée

- $$\begin{aligned} w(t) &= A(t)\,\left[f(k^\star) - k^\star f'(k^\star)\right] \\ &= A(t) \times \text{constante} \end{aligned}$$

  $\Rightarrow$ le salaire réel augmente au rythme du progrès technique $\frac{\dot{A}}{A}$.

- L'emploi augmente au taux n (ou $\frac{\dot{N}}{N}$), le salaire réel au taux a (ou $\frac{\dot{A}}{A}$)

  $\Rightarrow$ la masse salariale augmente au taux $n+a$, c'est-à-dire au même rythme que le produit ou le capital.

- Fait stylisé 5 : constance de la part de la rémunération du travail dans le revenu.

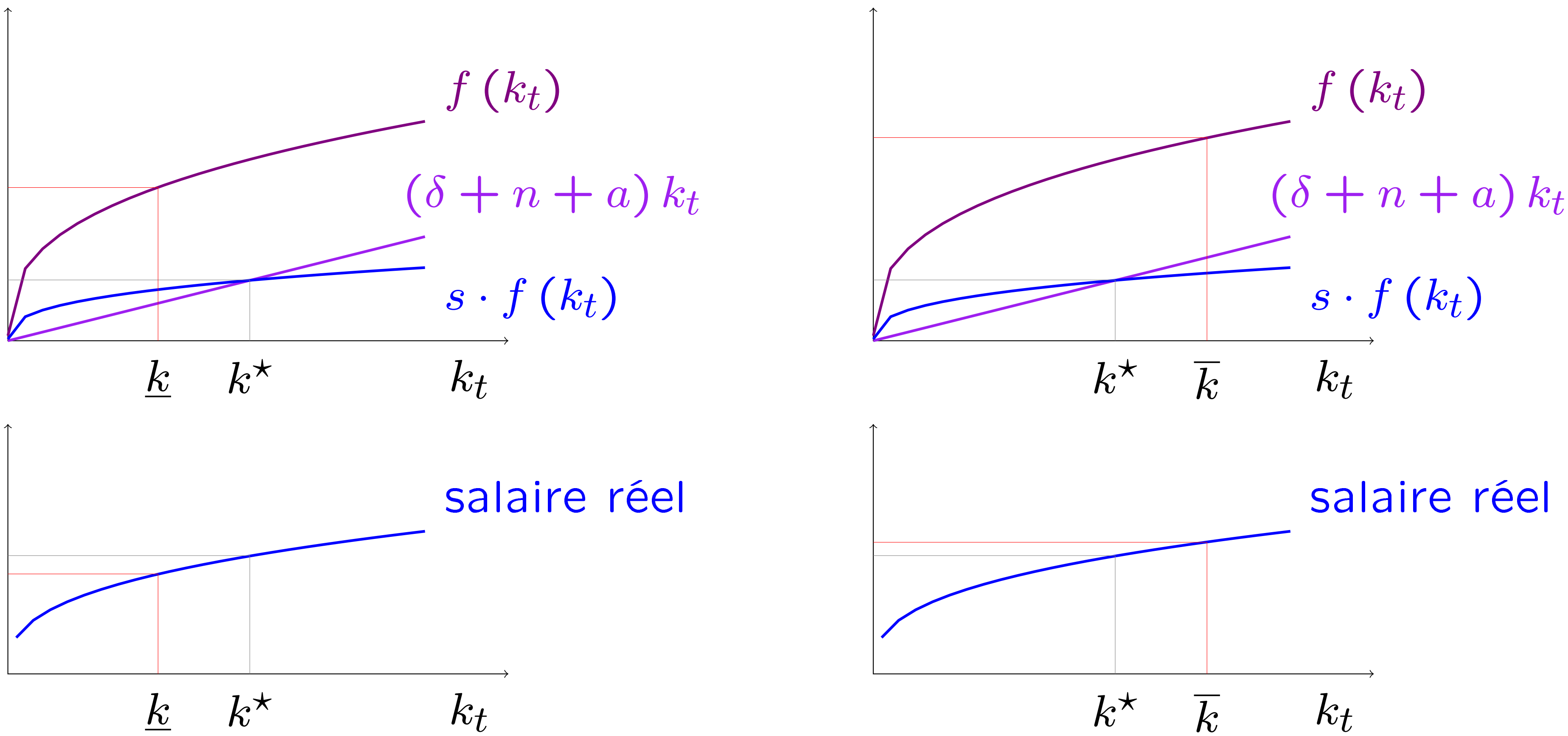
Le prix relatif des facteurs le long du sentier de croissance équilibrée

- Le long du sentier de croissance équilibrée, croissance régulière du salaire réel alors que le taux d'intérêt est constant
$\Rightarrow$ le prix du travail augmente régulièrement relativement au prix du capital.
- Ce changement de prix relatif s'accompagne d'une substitution régulière du capital au travail et croissance de l'intensité capitalistique au taux a.

Les prix des facteurs au cours de la transition

- Les facteurs rares ont une rémunération élevée.
- Pendant la transition, le facteur 'rare' devient plus abondant et sa rémunération baisse.
- Le long de la trajectoire d'ajustement à partir d'un stock de capital faible, le taux d'intérêt diminue et le salaire augmente
$\sim$ décroissance de la productivité marginale du capital et croissance de la productivité marginale du travail en fonction de k.
- Cette flexibilité implicite des prix relatifs est indispensable à la convergence vers l'état stationnaire.

La rémunération du travail dans le modèle de Solow



La rémunération du capital dans le modèle de Solow