Licence AES Troisième année
Croissance
Seconde évaluation : 3 janvier 2012

1 Question [5 points]

Les brevets sont-ils favorables à la croissance ?

Les brevets instaurent des droits de propriété sur des idées (inventions, découvertes, etc.) qui sont des biens publics, c'est-à-dire non-rivaux et non-exclusifs. Le détenteur d'un brevet peut s'assurer l'exclusivité de l'exploitation d'une idée, ou en autoriser l'usage contre versement de royalties. La propriété intellectuelle peut jouer un rôle dans la croissance à travers ses effets sur l'innovation et la R & D. L'innovation est à l'origine de l'amélioration de la productivité des facteurs qui génère, directement et indirectement via l'accumulation de capital, la hausse des revenus par tête.
La protection légale des innovations apporte une rémunération à l'innovateur (rentes de monopole ou royalties). Cette rémunération est indispensable pour inciter à mener les activités de R & D, qui sont coûteuses. En l'absence de protection intellectuelle, personne n'aurait intérêt à utiliser des ressources pour développer des innovations qui seraient accessibles à tous ; au contraire, chacun souhaite se comporter comme un passager clandestin utilisant les découvertes communes sans y contribuer soi-même.
Une deuxième dimension des idées, ou de la connaissance, est qu'elles sont elles-mêmes produites à partir d'idées (ainsi que de ressources privées, comme le temps). Chaque inventeur serait, comme le dit la maxime, un nain juché sur les épaules de géants – ses prédécesseurs. La protection intellectuelle, qui stimule l'innovation courante, rend donc plus difficile l'innovation future. (Elle constitue ainsi un exemple d'incohérence temporelle puisqu'il est socialement souhaitable de s'engager aujourd'hui à protéger les innovations futures, mais à revenir sur cette promesse)
Les brevets exercent donc des effets ambigus sur l'innovation et la croissance, qu'il faut pondérer dans le choix de la durée et la profondeur des protections.

Plusieurs d'entre vous parlent de l'effet du pouvoir de monopole sur les prix, sur la demande pour ce produit ou sur les 'marchés' (cet effet serait bon ou mauvais selon les copies). L'une des qualités du modèle de Solow et de ses variantes est qu'ils permettent d'évacuer toutes ces dimensions et de comprendre que l'impact principal des brevets porte sur l'innovation, que ce soit pour la stimuler ou la rendre plus difficile.

2 Exercice [15 points]

Nous considérons une économie dont la population active augmente à un taux exogène noté n et disposant d'une technologie décrite par la fonction de production agrégée Cobb–Douglas $Y(t) = K(t)^\alpha \left[A(t)N(t)\right]^{1-\alpha}$ avec $0 < \alpha \leq 1$. Dans cette expression, $N(t)$ et $K(t)$ désignent respectivement le volume de travail homogène et le stock de capital disponibles à la date t ; $A(t)$ et $N(t)$ augmentent aux taux $a \geq 0$ et $n \geq 0$, respectivement. Collectivement, les ménages consomment une fraction $c > 0$ du revenu national et en épargnent une fraction $0 < s < 1$. L'économie est fermée, et il n'existe pas d'État prélevant et utilisant des ressources. Enfin, le taux de dépréciation du capital est noté δ, avec $0 < \delta < 1$.

1. Définissez un état stationnaire. [1 point]

Une économie atteint un état stationnaire si il existe une situation (par exemple un niveau de capital ou de capital par unité de travail intensif) dont on ne s'écarte pas spontanément.

Plusieurs copies définissent un état stationnaire par les trois propriétés d'existence, d'unicité et de stabilité. L'état stationnaire avec capital positif du modèle de Solow exhibe ces propriétés, mais rappelez-vous *i)* le modèle AK admet soit une multiplicité d'états stationnaires, soit aucun et *ii)* 0 est un état stationnaire instable dans tous les modèles que nous avons vus.

2. On suppose dans un premier temps que $\alpha < 1$.
Écrivez l'équation d'accumulation du capital total $K(t)$. [1 point]
Cette économie admet-elle un stock de capital stationnaire $K^\star$, c'est-à-dire une solution de $\dot{K}(t) = 0$ indépendante du temps ? [1 point]

$\dot{K}(t) = I(t) - \delta K(t)$ et $I(t) = Y(t) - C(t) = (1-c)Y(t) = sK(t)^\alpha \left[A(t)N(t)\right]^{1-\alpha}$. On obtient en combinant $\dot{K}(t) = sK(t)^\alpha \left[A(t)N(t)\right]^{1-\alpha} - \delta K(t)$, d'où le taux de croissance du capital $\frac{\dot{K}(t)}{K(t)} = sK(t)^{\alpha-1} \left[A(t)N(t)\right]^{1-\alpha} - \delta$.
$\frac{\dot{K}(t)}{K(t)} = 0$ ssi $K(t) = \left(\frac{s}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} A(t)N(t)$. On voit que cette solution n'est pas constante, mais qu'elle augmente avec le progrès technique et la croissance démographique. Le stock de capital total dans cette économie n'admet pas d'état stationnaire : supposons qu'à l'instant t_0, $K(t_0) = \left(\frac{s}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} A(t_0)N(t_0)$. À l'instant $t_1 > t_0$, $A(t_1)N(t_1) > A(t_0)N(t_0)$, ce qui implique une augmentation du stock de capital : $sK(t_0)^{\alpha-1} \left[A(t_1)N(t_1)\right]^{1-\alpha} - \delta > 0$.

3. Écrivez l'équation d'accumulation du capital par tête $k(t) = \frac{K(t)}{N(t)}$. [1 point]
   Cette économie admet-elle un stock de capital par tête stationnaire $k^\star$, c'est-à-dire une solution de $\dot{k}(t) = 0$ indépendante du temps ? [1 point]

$\dot{k}(t) = s\frac{K(t)^\alpha\,[A(t)N(t)]^{1-\alpha}}{N(t)} - \delta\frac{K(t)}{N(t)} - \frac{K(t)}{N(t)}\frac{\dot{N}(t)}{N(t)} = sk(t)^\alpha A(t)^{1-\alpha} - (\delta+n)\,k(t)$.
$\frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = 0$ ssi $k(t) = \left(\frac{s}{\delta+n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} A(t)$. Cette solution dépend de la valeur du facteur technologique A. Vette économie n'admet un stock de capital par tête stationnaire que si A est constant au cours du temps.

4. Écrivez l'équation d'accumulation du capital par unité de travail intensif $\mathcal{K}(t) = \frac{K(t)}{A(t)N(t)}$. [1 point]
   Cette économie admet-elle un stock de capital par unité de travail intensif stationnaire $\mathcal{K}^\star$, c'est-à-dire une solution de $\dot{\mathcal{K}}(t)$ indépendante du temps ? [1 point]

$\dot{\mathcal{K}}(t) = s\frac{K(t)^\alpha\,[A(t)N(t)]^{1-\alpha}}{A(t)N(t)} - \delta\frac{K(t)}{A(t)N(t)} - \frac{K(t)}{A(t)N(t)}\left(\frac{\dot{N}(t)}{N(t)} + \frac{\dot{A}(t)}{A(t)}\right) = s\mathcal{K}(t)^\alpha - (\delta+n+a)\,\mathcal{K}(t)$.
$\frac{\dot{\mathcal{K}}(t)}{\mathcal{K}(t)} = 0$ ssi $\mathcal{K}(t) = \left(\frac{s}{\delta+n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$. Exprimée en variables par unité de travail intensif, cette économie admet un unique état stationnaire (strictement positif).

5. Quel est l'impact d'une hausse de $\mathcal{K}$ sur $\frac{\dot{\mathcal{K}}}{\mathcal{K}}$? Expliquez ce que cela implique d'un point de vue économique. (Vous pouvez calculer le signe de $\frac{d\dot{\mathcal{K}}(t)/\mathcal{K}(t)}{d\mathcal{K}(t)}$ pour vous aider à répondre à cette question) [2 × 1 points]

$\frac{d\dot{\mathcal{K}}(t)/\mathcal{K}(t)}{d\mathcal{K}(t)} = (\alpha-1)\,s\mathcal{K}(t)^{\alpha-1} < 0$. Lorsque le stock de capital par unité de travail intensif est supérieur à son niveau d'état stationnaire, son taux de croissance est donc inférieur à celui d'état stationnaire, c'est-à-dire négatif. L'état stationnaire unique de cette économie est donc également stable, ce qui signifie que l'économie se dirige vers l'état stationnaire quel que soit sa condition initiale.

6. Quels sont les taux de croissance de long terme des variables suivantes ? Exprimez votre réponse en fonction des paramètres du modèle. [4 points]

– revenu par unité de travail intensif	0
– stock de capital total	a+n
– consommation par tête	a
– épargne totale	a+n
– investissement par unité de travail intensif	0
– emploi total	n
– salaire unitaire (celui d'un individu)	a
– rémunération moyenne du capital (pour un euro investi)	0

7. On fait désormais l'hypothèse que $\alpha = 1$.
Cette économie admet-elle un stock de capital par tête stationnaire $k^\star$, c'est-à-dire une solution de $\dot{k}(t) = 0$ indépendante du temps ? [1 point]
Expliquez en quoi la dynamique cette économie diffère de celle rencontrée dans les questions 2. à 6. ? [1 point]

Le taux de croissance de k devient $s - (\delta + a)$. Suivant les valeurs des paramètres, ce taux est

- positif et les variables par tête de l'économie progressent à ce rythme (pas d'état stationnaire)
- négatif et les variables par tête de l'économie se contractent à ce rythme (pas d'état stationnaire)
- nul, et les variables par tête de l'économie restent de façon permanente à son point de départ. Cette économie admet alors une infinité d'états stationnaires.

Lorsque $\alpha < 1$, il existe une unique état stationnaire (non-dégénéré) de l'économie intensive et celui-ci est stable. Lorsque $\alpha = 1$, les propriétés d'existence, d'unicité et de stabilité ne sont plus vérifiées. En particulier, une croissance de long terme des revenus par tête est possible en l'absence de progrès technqiue dans la configuration $s > (\delta + a)$.