

## Prix des facteurs dans les modèles de Solow et AK

Considérons une économie dans laquelle deux facteurs sont utilisés pour produire du bien final :  $K(t)$  unités de capital et  $N(t)$  unités de travail. La technologie est décrite par la fonction de production suivante  $Y(t) = K(t)^\alpha [A(t)N(t)]^{1-\alpha}$  avec  $0 < \alpha < 1$ . La population est constante. Le facteur  $A$  augmente au taux  $a > 0$ . Les ménages épargnent une fraction constante  $0 < s < 1$  de leur revenu et le taux de dépréciation du capital physique est noté  $0 < \delta < 1$ .

*Vous pouvez répondre aux questions de façon indépendante.*

1. Les firmes de l'économie que nous considérons ont pour objectif de maximiser leur profit, en prenant les prix des facteurs de production comme donnés. Montrez que les rémunérations unitaires des facteurs travail,  $w(t)$ , et capital,  $z(t)$ , valent respectivement [1 pt]

$$\begin{cases} w(t) &= (1 - \alpha)A(t) \left[ \frac{K(t)}{A(t)N(t)} \right]^\alpha \\ z(t) &= \alpha \left[ \frac{A(t)N(t)}{K(t)} \right]^{1-\alpha} \end{cases}$$

2. On note  $k^*$  la valeur du stock de capital par unité de travail intensif à l'état stationnaire. Calculez les rémunérations du capital  $z^*$  et du travail  $w^*$  correspondant à cette valeur. [1 pt]
3. Représentez graphiquement l'état stationnaire de cette économie. Calculez la valeur de  $k^*$  en fonction des paramètres du modèle. [2 pts]

## Prix des facteurs et croissance dans le modèle de Solow

4. Montrez que la productivité marginale du capital est constante le long du sentier de croissance équilibrée. [2 pts]
5. Comment la productivité marginale du travail évolue-t-elle le long du sentier de croissance équilibrée? La réponse à cette question serait-elle différente si la population augmentait au taux  $n > 0$ ? [2 pts]

6. Au cours du temps, comment évolue le rapport du coût du travail au coût du capital (c'est-à-dire le coût relatif du travail)? Mettez en évidence le lien entre l'évolution de ce coût relatif et l'accumulation de capital par tête au cours du temps. [3 pts]

### La dynamique transitoire dans le modèle de Solow

7. On suppose que le stock de capital par unité de travail intensif est inférieur à son état stationnaire,  $\underline{k} < k^*$ . Comparez la rémunération du capital avec son niveau d'état stationnaire  $z^*$ . Comparez la rémunération du travail avec son niveau d'état stationnaire  $w^*$ . (*Vous pouvez utiliser des représentations graphiques si vous le souhaitez.*) [2 pts]  
Que ces rémunérations impliquent-elles en matière de capital par tête? [1 pt]
8. On suppose que le stock de capital par unité de travail intensif est supérieur à son état stationnaire,  $\bar{k} > k^*$ . Comparez la rémunération du capital avec son niveau d'état stationnaire  $z^*$ . Comparez la rémunération du travail avec son niveau d'état stationnaire  $w^*$ . (*Vous pouvez utiliser des représentations graphiques si vous le souhaitez.*) [2 pts]  
Que ces rémunérations impliquent-elles en matière de capital par tête? [1 pt]

### La dynamique transitoire dans le modèle AK

On étudie désormais une version de cette économie dans laquelle  $\alpha \rightarrow 1$  et  $a \rightarrow 0$ , c'est-à-dire une technologie de la forme  $Y(t) = AK(t)$ .

9. Calculez la rémunération unitaire du capital  $z(t)$ . [1 pt]
10. Cette rémunération dépend-elle du stock de capital? Que cela implique-t-il en matière d'accumulation de capital? Comparez avec le modèle utilisé précédemment? [2 pts]