Le modèle de croissance néo-classique

Dans chacun des exercices de ce dossier, nous considérons une économie dont la population active augmente à un taux exogène noté n et disposant d'une technologie décrite par la fonction de production néo–classique $Y(t) = F[A(t), K(t), N(t)]$. Dans cette expression, $N(t)$ et $K(t)$ désignent respectivement le volume de travail homogène et le stock de capital disponibles à la date t ; $A(t)$ est une fonction croissante (pas nécessairement strictement) du temps. Collectivement, les ménages consomment une fraction $c > 0$ du revenu national (on pourra utiliser la notation $s = 1 - c$). Enfin, le taux de dépréciation du capital est noté δ.

1 L'impact de la croissance démographique

1. On considère la fonction de production $Y(t) = F[K(t), N(t)]$, qui n'incorpore aucun progrès technique. Définissez un régime de croissance équilibrée.
2. Définissez les variables intensives de cette économie. Comment évoluent ces variables intensives lorsque l'économie est sur un sentier de croissance équilibrée ?
   Quel est l'intérêt (technique) de cette transformation ?
3. Déterminez l'investissement intensif. Écrivez l'équation d'accumulation en termes intensifs.
4. On suppose la population N augmente à taux constant n : $\frac{\dot{N}(t)}{N(t)} = n$. Écrivez la fonction de production intensive puis l'équation fondamentale d'accumulation du modèle de Solow.
5. Quel est le taux de croissance de long terme du produit ? Expliquez.
6. Quel serait l'impact d'une augmentation du taux de croissance de la population n sur le taux de croissance de **long** terme du produit par tête ? sur le taux de croissance de **court** terme du produit par tête ?

2 La nature du progrès technique

1. La fonction de production est de la forme Cobb–Douglas suivante $Y(t) = K(t)^{\alpha}\, [A(t)N(t)]^{1-\alpha}$. Quels sont les rendements d'échelle de cette fonction ? Qualifiez de 2 façons différentes la forme de progrès technique décrite par $A(t)$.
2. Quel est le seul taux de croissance du produit ou du stock de capital compatible avec une croissance équilibrée, et en particulier avec la constance du ratio capital-output : $\frac{\dot{K}(t)}{K(t)} = \frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)}$?
3. Quelle transformation faut–il appliquer aux différentes variables pour que l'économie intensive admette un état stationnaire (non dégénéré) ?
4. On suppose que A et N évoluent à taux constant : $\frac{\dot{A}(t)}{A(t)} = a$ et $\frac{\dot{N}(t)}{N(t)} = n$. Écrivez la fonction de production et l'équation d'accumulation en termes intensifs, puis l'équation fondamentale d'accumulation.
5. À long terme, comment évoluent : i) le produit <u>par tête</u> ; ii) le stock de capital <u>par tête</u> ; iii) le ratio capital–produit ? Ce modèle est–il compatible avec les faits kaldoriens 1, 2 et 4 ?
6. On suppose désormais que la technologie agrégée est décrite par $Y(t) = A(t)\, K(t)^{\alpha}\, N(t)^{1-\alpha}$. Reprenez les questions 1. à 4. avec cette fonction de production. Mettez en évidence les résultats communs et ceux qui diffèrent. Quel est le degré de généralité de cette comparaison ?

3 La dynamique du modèle de Solow en temps discret

Nous supposons dans cet exercice que le temps s'écoule de façon discrète, c'est-à-dire $t = 0, 1, 2, \ldots$.

1. En temps discret, l'évolution du capital s'écrit de la façon suivante $K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t$. Quelle est l'écriture équivalente en temps continu ?
2. On adopte la fonction de production Cobb–Douglas suivante : $Y_t = K_t^{\alpha}\, N_t^{1-\alpha}$. À partir de l'équation d'accumulation du capital, écrivez K_{t+1} en fonction de K_t, N_t et des paramètres du modèle.
   <u>Application numérique</u> : $\alpha = \frac{1}{2}, n = 2\%, \delta = 5\%$ et $c = 0,79$.
3. Supposons qu'à la date 0, l'emploi soit égal à 1 et le stock de capital à 9 unités. Calculez le stock de capital <u>par tête</u> à la période 1 en utilisant la relation mise en évidence à la question précédente [vous risquez d'avoir

besoin d'une calculatrice].

Que remarquez vous ? Que se passe t–il à la période 2 ? à la période 3 ? aux périodes suivantes ? Qu'en déduisez–vous ?

4. Mêmes questions pour $K_0 = 4$; pour $K_0 = 16$.
5. Après avoir rappelé les deux forces s'opposant dans l'accumulation du capital par tête, vous expliquerez les trajectoires d'accumulation que vous venez de mettre en évidence.
6. Comment pourrait–on analyser une trajectoire de taux de croissance du capital par tête (au lieu de la trajectoire du stock de capital total que vous venez de représenter) ?