Aspects normatifs de la croissance

1. Croissance, épargne et consommation
2. Les facteurs de production non-rivaux
3. Le modèle à générations imbriquées

Aspects normatifs de la croissance

1. Croissance, épargne et consommation
2. Les facteurs de production non-rivaux
3. Le modèle à générations imbriquées

1.1 Taux de croissance de court et de long terme

- Le taux de croissance *de long terme* est apparemment exogène.
- Le taux de croissance *de court terme* diffère en général du taux de long terme. Il dépend de plusieurs paramètres : stock de capital par tête initial, démographie (n), taux d'épargne (s), technologie (A, δ, α)...
- Les *niveaux* de production et de capital par tête sont différents même à long terme.

Une hausse de s

- Un taux d'épargne élevé permet une hausse de l'investissement (une baisse de son coût)

$\Rightarrow$ hausse de l'intensité capitalistique $\frac{K}{N}$ et de la production par tête.

- Corrélation positive entre taux d'épargne, intensité capitalistique et productivité du travail.
- À long terme, la hausse du produit compense la baisse de la propension à consommer. item La hausse du taux d'épargne entraîne instantanément une baisse de la conso, qui se résorbe lentement, et dont le coût social peut être très lourd
- Pays les plus pauvres :

– augmentation du taux d'épargne la plus profitable $\sim$ rdts décroissants du capital ;

– baisse de consommation initiale la plus douloureuse.

1.2 La règle d'or de l'accumulation

- Le taux d'épargne exerce deux effets opposés sur la consommation par tête
  - une hausse de s accroît le stock de capital et le produit par tête, de façon décroissante
  - mais diminue la part de ce produit consacrée à la consommation.
- Objectif social $\sim$ atteindre la consommation par tête la plus élevée possible

La croissance de la consommation par tête

- $c(t) = (1-s)\,y(t)$: le taux de croissance de la conso. et celui du produit sont identiques.

⇒ le long du sentier de croissance équilibré, pour un s donné, la consommation par tête augmente au taux a exogène.

- Assurer un niveau de consommation par tête plus élevé aujourd'hui permet d'assurer un niveau de conso. par tête plus élevé tout au long du sentier de croissance équilibré.

Le niveau de consommation à l'état stationnaire (1/2)

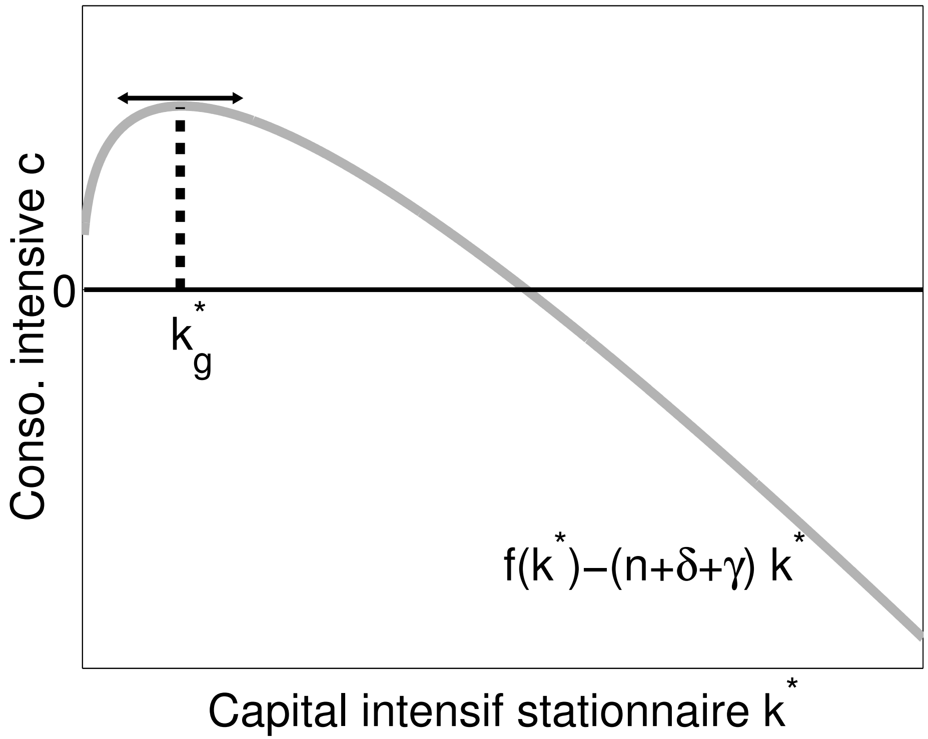
- À l'état stationnaire, le niveau de consommation par unité de travail intensif est une fonction non monotone de $k^\star$:

$$c\left(k^\star\right) = (1-s)f\left(k^\star\right) = f\left(k^\star\right) - (n+\delta+a)\ k^\star$$

$\Rightarrow$ il existe un stock de capital $k_g^\star$ pour lequel la consommation stationnaire est la plus élevée.

- Ce point appartient au "meilleur" sentier de croissance équilibrée possible.

Le niveau de consommation à l'état stationnaire (2/2)



La règle d'or

- $\max_{\{k_g^\star\}} c\,(k^\star)$: $c'(k_g^\star) = 0$.
- *règle d'or de l'accumulation* : $f'\left(k_g^\star\right) = (n + \delta + a)$.
- Interprétation de cette condition : le taux d'intérêt réel est égal au taux de croissance de l'économie.
- Cobb–Douglas :

$$k_g^\star = \left[\frac{\alpha\, A}{n + \delta + a}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}.$$

Règle d'or et taux d'épargne

- Le taux d'intérêt n'est pas une variable de décision, mais est déterminé à l'équilibre par confrontation entre la demande de capital et l'offre d'épargne.

$\Rightarrow$ variable de politique économique : le taux d'épargne.

- $s\,f\left(k^\star\right) = (n+\delta+a)\,k^\star$ à l'état stationnaire $\Rightarrow s_g = \frac{(n+\delta+a)\,k_g^\star}{f\left(k_g^\star\right)}$.

- Cobb–Douglas :

$$s = \frac{f'\left(k_g^\star\right)\,k_g^\star}{f\left(k_g^\star\right)} = \alpha.$$

1.3 L'inefficience dynamique

- À long terme, tout taux d'épargne différent de s_g implique une conso. par tête plus faible.
- Pour un stock de capital intensif $k(0)$ donné, un taux d'épargne $s > s_g$ implique aussi une consommation plus faible aujourd'hui

$\Rightarrow$ tout au long de la trajectoire, la consommation est plus faible que pour le taux d'épargne de la règle d'or s_g

$\sim$ *inefficience dynamique* : la conso. serait plus élevée <u>à chaque date</u> si s baissait.

- Situation opposée $s < s_g$: la consommation initiale est plus forte mais la consommation finale est plus faible.
- De façon générale, il est impossible de classer ces deux trajectoires.
- La trajectoire préférable dépend des valorisations respectives du présent et du futur : *préférence pour le présent*.

Aspects normatifs de la croissance

1. Croissance, épargne et consommation
2. Les facteurs de production non-rivaux
3. Le modèle à générations imbriquées

Le capital élargi

- Essoufflement de l'accumulation dans le modèle de Solow : à partir d'un certain niveau, une unité de capital ne produit pas plus qu'elle ne coûte à reproduire.
- Une croissance auto–entretenue requiert des rendements des facteurs accumulables non–décroissants.
- Sergio Rebelo, *Long–run policy analysis and long–run growth* 1991.

Croissance et externalités

- Le taux de croissance de long terme est endogène lorsque les rendements sont constants dans le ou les facteurs accumulables.
- Un fonctionnement parfaitement concurrentiel des marchés est incompatible avec des rendements totaux croissants, qui engendrent le développement de quelques grosses firmes.
- Une contribution nulle du facteur travail est-elle indispensable ?
- Rendements *sociaux vs* rendements *privés* :

– effet externe (*externalité*) $\sim$ effet d'une variable dont l'agent ne réalise pas qu'il a le contrôle

– la rémunération qu'il prend en compte au moment de son choix ignore les effets indirects.

Ex. Impôts et financement des services publics.

Ex. L'apprentissage.

3.1 Le modèle AK

- Hypothèses communes avec le modèle de Solow de base :

– Croissance de la population au taux n.

– Taux d'épargne s.

– Absence de progrès technique exogène.

- Différence : la technologie disponible.
- Cas limite du modèle de Solow avec fonction de production Cobb-Douglas et $\alpha = 1$.

La technologie AK

- Fonction de production linéaire vis-à-vis du capital $Y(t) = A\,K(t)$.
- La productivité marginale du capital, A, n'est plus décroissante et ne s'annule jamais

$\Rightarrow$ les conditions d'Inada ne sont pas vérifiées si $A > 0$.

- Le travail n'est plus un facteur de production autonome, il fait partie du capital $\sim$ *capital humain*.
- « Tout est capital. » K représente le capital *élargi*.

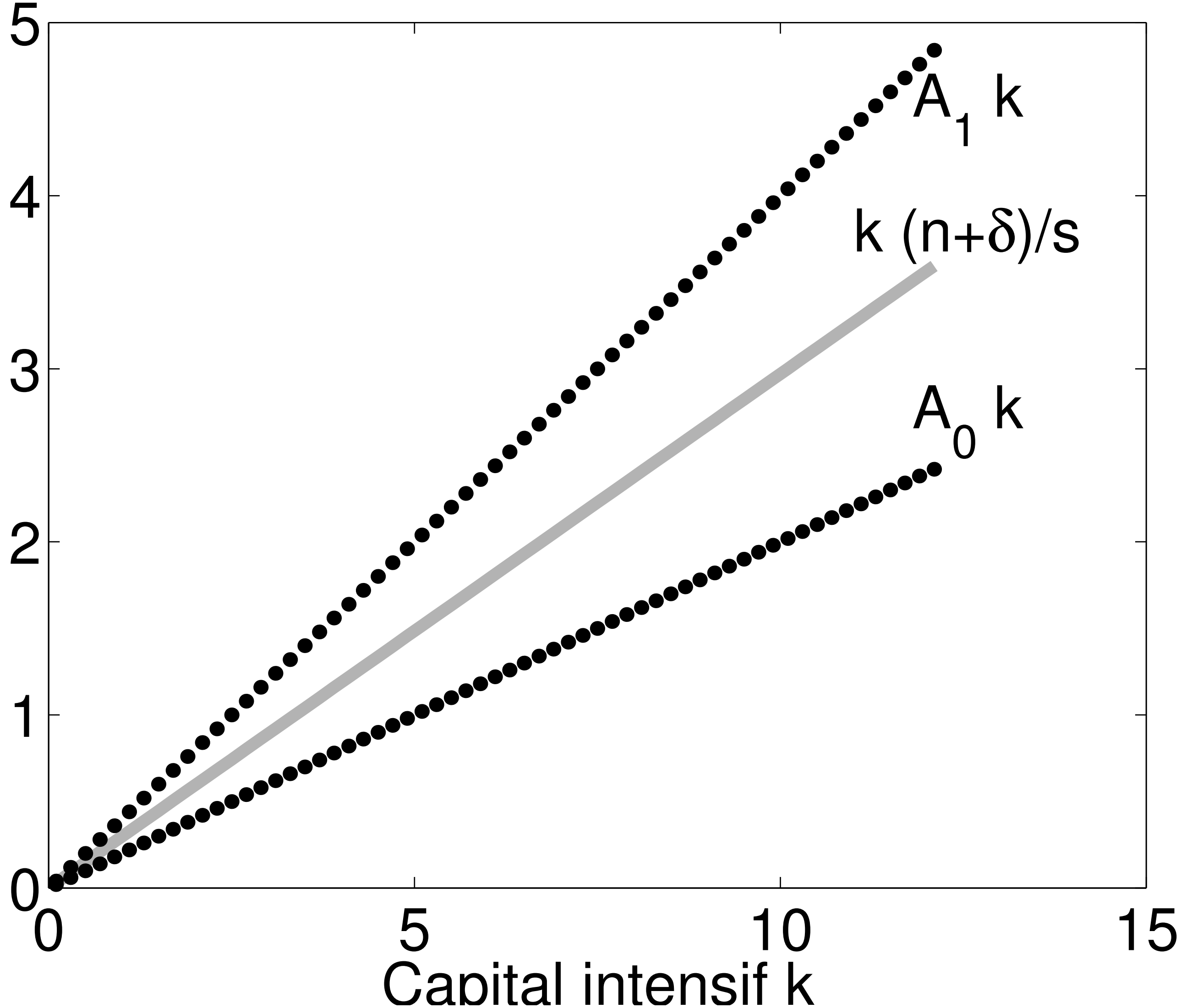
Résolution

- Par tête, $y(t) = A\,k(t)$.
- $\dot{k}(t) = s\,A\,k(t) - (\delta + n)\,k(t) \;\Rightarrow\; \frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = s\,A - (n + \delta)\,.$
- $\frac{\dot{y}(t)}{y(t)} = \frac{\dot{k}(t)}{k(t)} \forall\, t$ et $\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = \frac{\dot{i}(t)}{i(t)} = \frac{\dot{y}(t)}{y(t)} \forall\, t \Rightarrow$ croissance équilibrée.
- Le taux de croissance des variables par tête, $s\,A - (n + \delta)$, dépend du taux d'épargne même à long terme .
- Le niveau de capital par tête n'est constant que si $s\,A = n + \delta$

$\sim$ condition portant sur les paramètres.

- Si $s\,A > n + \delta$, croissance continue de k.
- Si $s\,A < n + \delta$, décroissance continue de k.
- Cette économie n'admet pas toujours d'état stationnaire.
- Les grandeurs par tête, k, y, c ou i sont *indéterminées*.

Condition d'existence d'un état stationnaire



La croissance auto–entretenue

- Le taux de croissance est constant. Il peut être positif ou négatif.
- S'il est positif, augmentation du revenu par tête *indépendemment de tout progrès technique exogène*.
- Les différences de *conditions initiales* subsistent éternellement.

$\sim$ propriété d'*hystérèse*

$\Rightarrow$ un choc transitoire a des effets permanents.

Les déterminants du taux de croissance

- Taux de croissance de l'économie (à court comme à long terme) $s\,A-(n+\delta)$
- Ce taux dépend :

$+$ du taux d'épargne s ;

$+$ du niveau technologique A ;

$-$ du taux de dépréciation δ ;

$-$ du taux de croissance de la population n ;

Résumé

- Le taux de croissance de long terme est endogène.
- Condition nécessaire : rendements (au moins) constants des facteurs accumulables.
- Peut s'interpréter comme la *forme réduite* de représentations plus élaborées décrivant l'amélioration de l'efficacité des facteurs.

3.2 Le capital humain

- La force de travail d'un individu est un stock.
- Les dépenses de nourriture, de santé ou d'éducation sont une forme d'investissement.
  Elles permettent de maintenir la capacité d'un individu à fournir du travail.
- Le travail devient un facteur reproductible, au même titre que le capital physique.
- Gary S. Becker, *Human Capital* 1963.

Le modèle bi–sectoriel de Lucas

- Amélioration de la *qualité* du travail par l'*éducation*.
- 2 secteurs consacrés respectivement à la production :
– d'un bien consommable et accumulable ;
– de capital humain.
- Pour simplifier, on suppose la population constante.
- Robert E. Lucas Jr, *On the mechanics of economic development* 1988.

Le secteur de l'éducation (1/2)

- Permet d'accumuler du capital humain $H(t)$, qui sert comme input aux deux types de production.
- L'accumulation de capital humain nécessite du temps et du capital humain.
- u : part (exogène) du temps disponible passée à s'éduquer, se former.
- $\dot{H}(t) = BuH(t) - \delta_H H(t)$.

Le secteur de l'éducation (2/2)

- $BuH(t)$ joue le rôle d'une fonction de production de formation/de travail (acccumulable).

– B facteur d'échelle $\sim$ productivité de la formation.

– rdts cstants en termes de formation de la part du temps de formation ;

– rdts cstants en termes de formation du capital humain.

- $\delta_H > 0 \sim$ l'individu vieillit, devient plus fragile, etc.
- Ici on suppose $\delta_H = 0$.

La production du bien composite (1/2)

- Les ménages consacrent l'intégralité de leur temps disponible à travailler dans l'un des deux secteurs

$\Rightarrow$ la part du temps consacrée à produire du bien composite est $1-u \sim$ qtité de travail.

- La *qualité* (l'efficacité) du travail fourni augmente avec le stock de capital humain.

La production du bien composite (2/2)

- Services producteurs du travail : $(1-u)\,H(t)$.
- $Y(t) = K(t)^{\alpha}\,[(1-u)\,H(t)]^{1-\alpha}$.
- Rdts constants par rapport aux stock de capital physique et humain (facteurs accumulables).
- Accumulation de K : $\dot{K}(t) = s\,Y(t) - \delta K(t)$.

La croissance équilibrée

- u constant

$\Rightarrow g_Y = \alpha\, g_K + (1-\alpha)\, g_H$

- Il existe un SCE tel que $g_Y = g_K = g_H (= g_C = g_I)$.
- Ce résultat ne dépend pas de l'éxogénéité de u ; étant compris entre 0 et 1, u ne peut admettre un taux de croissance constant strictement positif ou négatif.

Le taux de croissance du capital humain

- $\frac{\dot{H}(t)}{H(t)} = Bu - \delta_H.$
- Lorsque les rendements du capital humain dans l'éducation sont constants, une croissance équilibrée à taux constant (régulière) est possible $\sim$ fil du rasoir
- Si ces rdts étaient croissants, la croissance serait explosive.
- S'ils étaient décroissants, la croissance s'éteindrait.

Un modèle bisectoriel ?

- Interprétation : modèle de Solow avec progrès technique neutre au sens de Harrod au taux Bu.
- Ce rythme dépend du temps consacré à la formation et de la productivité de l'éducation

$\Rightarrow$ choix de u ? Le ménage renonce à ses revenus courants pour accroître ses gains futurs.

L'économie intensive

- $H(t)$ joue le même rôle que la main d'oeuvre efficace chez Solow.
- $K(t)$ et $H(t)$ augmentent au même taux $\Rightarrow \frac{K(t)}{H(t)} \equiv k(t)$ est constant.
- $y(t) \equiv \frac{Y(t)}{H(t)} = k(t)^{\alpha} (1-u)^{1-\alpha}$.
- $\frac{\dot{k}(t)}{k(t)} + Bu = s \left[\frac{1-u}{k(t)}\right]^{1-\alpha} - \delta$.
- $k^{\star} = (1-u) \left(\frac{s}{Bu+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$.
- Le niveau de capital physique par unité de capital humain dépend du taux d'épargne et de l'effort de formation.

L'arbitrage entre court et long terme

- Un temps d'éducation u plus élevé

– permet une hausse du taux de croissance du capital humain, du capital physique et du produit ;

– entraîne une baisse instantanée de la production de bien.

$\Rightarrow$ Arbitrage entre niveau de production et taux de croissance (entre court et long terme).

Résumé

- Une activité d'éducation et de formation explique l'amélioration de la qualité du travail offert.
- L'accumulation de capital humain soutient la productivité du capital physique, même en l'absence de croissance démographique et de progrès technique.
- Linéarité de la technologie d'éducation par rapport au capital humain.

3.3 L'apprentissage

- Le progrès technique est issu de l'apprentissage (*learning–by–doing*).
- Au cours de la production, les travailleurs acquièrent de l'expérience et de l'efficacité.
- Ces bénéfices profitent à toute l'économie, ils ne sont pas appropriables par ceux qui les engendrent.
- Paul M. Romer, *Increasing returns and long–run growth* 1986.

Hypothèses

- Hypothèses communes :
  - Pas de croissance démographique ni de progrès technique ;
  - Taux d'épargne constant ;
  - Fonctionnement concurrentiel des marchés.
- Spécificité :
  - Technologie avec "apprentissage sur le tas".

Fonction de production individuelle et apprentissage

- Fonction de production de l'entreprise $i, i = 1, ..., M$:
  $Y_i(t) = K_i(t)^{\alpha}\, [A(t)\, N_i(t)]^{1-\alpha}$.
- Rendements constants dans les facteurs privés, K_i et N_i.
- Le progrès technique portant sur le travail $A(t)$ représente l' expérience accumulée au cours des productions passées.

$\sim$ stock de savoir, de connaissance et d'expérience, commun à toutes les entreprises.

- L'expérience accumulée est proportionnelle au stock de capital agrégé : $A(t) = A^{\frac{1}{1-\alpha}} \sum_{i=1}^{M} K_i(t) = A^{\frac{1}{1-\alpha}} K(t)$.
- Effet macroéconomique indirect des décisions individuelles d'investissement.
- $A(t)$ et $\dot{A}(t)$ sont considérés comme donnés par chaque entreprise qui néglige l'impact de son investissement individuel sur l'expérience agrégée.

La fonction de production sociale et ses rendements

- M firmes identiques,

$$\sum_{i=1}^{M} Y_i(t) = M\, K_i(t)^{\alpha} \left[A^{\frac{1}{1-\alpha}} K(t) N_i(t) \right]^{1-\alpha}$$

$$Y(t) = [M K_i(t)]^{\alpha}\, A K(t)^{1-\alpha}\, [M N_i(t)]^{1-\alpha}$$

$\Rightarrow$ Fonction de production sociale $Y(t) = A\,K(t)\,N(t)^{1-\alpha}$,
avec $K(t) = \sum_{i=1}^{M} K_i(t) = M K_i(t)$ et $N(t) = \sum_{i=1}^{M} N_i(t) = M N_i(t)$.

- $Y(t) = A\,K(t)\,N(t)^{1-\alpha}$.
- Fonction linéaire par rapport au stock de capital physique

$\Rightarrow$ rendements constants dans le facteur accumulable.

- Rendements <u>sociaux</u> croissants par rapport au capital et au travail.

Le taux de croissance et l'effet taille

- Population constante, $\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{K}}{K} (= \frac{\dot{C}}{C} = \frac{\dot{I}}{I})$

$\Rightarrow$ il existe un sentier de croissance équilibré.

- $$\begin{aligned} \frac{\dot{K}}{K} &= s\frac{Y}{K} - \delta \\ &= sA\,N^{1-\alpha} - \delta. \end{aligned}$$
- La flexibilité du salaire réel assure le plein emploi et la constance de $N \Rightarrow$ croissance à taux constant, auto-entretenue.
- Le taux de croissance dépend de la population active (de la dimension de l'économie) car l'efficacité de chaque travailleur dépend du stock de capital <u>total</u>.
- L'effet taille est une conséquence directe des rendements (sociaux) croissants.
- Croissance des rendements d'échelle privés et concurrence parfaite sont incompatibles.

Externalité et accumulation

- En raison de l'externalité liée à l'apprentissage, le rendement privé du capital ne reflète pas sa productivité sociale

$\Rightarrow$ les incitations à l'accumulation sont insuffisantes.

- Risque de sous–investissement

$\Rightarrow$ justifie une intervention de l'État pour inciter les entrepreneurs à investir en subventionnant l'investissement privé.

Ex. Crédit d'impôts liés à l'investissement.

Résumé

- Les investissements successifs génèrent de l'expérience qui améliore l'efficacité du travail.
- Rendement social de l'investissement excède le rendement privé.
- Les incitations privées sont insuffisantes.
- Rôle de l'État pour rapprocher, *via* des transferts, la productivité privée de la productivité sociale.

3.4 Les services publics productifs

- Exemple d'externalité (+) :

– les impôts diminuent directement le revenu des agents ;

– s'ils contribuent à financer des dépenses publiques productives (infrastructures, services de santé, d'éducation, réseaux etc.), les impôts améliorent la productivité et le revenu de chacun.

- Barro, *Government spending in a simple model of endogenous growth* 1990.

Hypothèses

- Hypothèses communes avec AK :
– Pas de croissance démographique ni de progrès technique ;
- Hypothèses communes avec Solow :
– Taux d'épargne constant ;
– Fonctionnement concurrentiel des marchés.
- Spécificité :
– Existence d'un État prélevant des impôts et fournissant des services publics.

La contribution productive des services publics

- Fonction de production de l'entreprise $i, i = 1, ..., M$:
  $Y_i = A\, K_i^{\alpha}\, N_i^{1-\alpha}\, G^{\beta}$.
- L'entreprise choisit son stock de capital physique K_i et le nombre d'employés N_i mais pas la quantité de services publics disponibles.
- Rendements constants dans les facteurs *privés*, K_i et $N_i \Rightarrow$ épuisement du produit, le profit est nul.
- Chaque entreprise bénéficie de l'ensemble des dépenses publiques $\sim$ *bien public* :

– *non–rival*, pas de *congestion* ;

– *non–exclusif*.

- Le <u>flux</u> de dépenses publiques est un facteur de production

$\sim$ investissement public $\neq$ stock de capital public.

- Rendements constants dans les facteurs *reproductibles*, K_i et G, ssi $\beta = 1 - \alpha$.

Le financement des dépenses publiques

- Taux d'imposition constant τ.
- Impôts $T = \tau \sum_{i=1}^{M} Y_i = \tau Y$.
- Revenu disponible des ménages : $(1 - \tau)\, Y$.
- Équilibre budgétaire $\sim$ pas d'endettement de l'État : $G = T$.

La fonction de production agrégée

- Si toutes les firmes sont identiques,

$$\sum_{i=1}^{M} Y_i = \sum_{i=1}^{M} \left[A\, K_i^{\alpha}\, N_i^{1-\alpha}\, G^{\beta} \right]$$

$$Y = A\,(M K_i)^{\alpha}\,(M N_i)^{1-\alpha}\, G^{\beta}$$

$\Rightarrow$ Fonction de production sociale $Y = A\, K^{\alpha}\, N^{1-\alpha}\, (\tau Y)^{\beta}$,
avec $K = \sum_{i=1}^{M} K_i = M K_i$ et $N = \sum_{i=1}^{M} N_i = M N_i$.

- Si $\beta = 1 - \alpha$, $Y = \tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}\, A^{\frac{1}{\alpha}}\, N^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}\, K$.
- À taux d'imposition τ et population constants, on retrouve une technologie AK.
- Rendements sociaux constants dans le facteur *accumulable*, K.
- Si $\beta \neq 1 - \alpha$, l'élasticité de Y par rapport à K est $\frac{\alpha}{1-\beta}$.

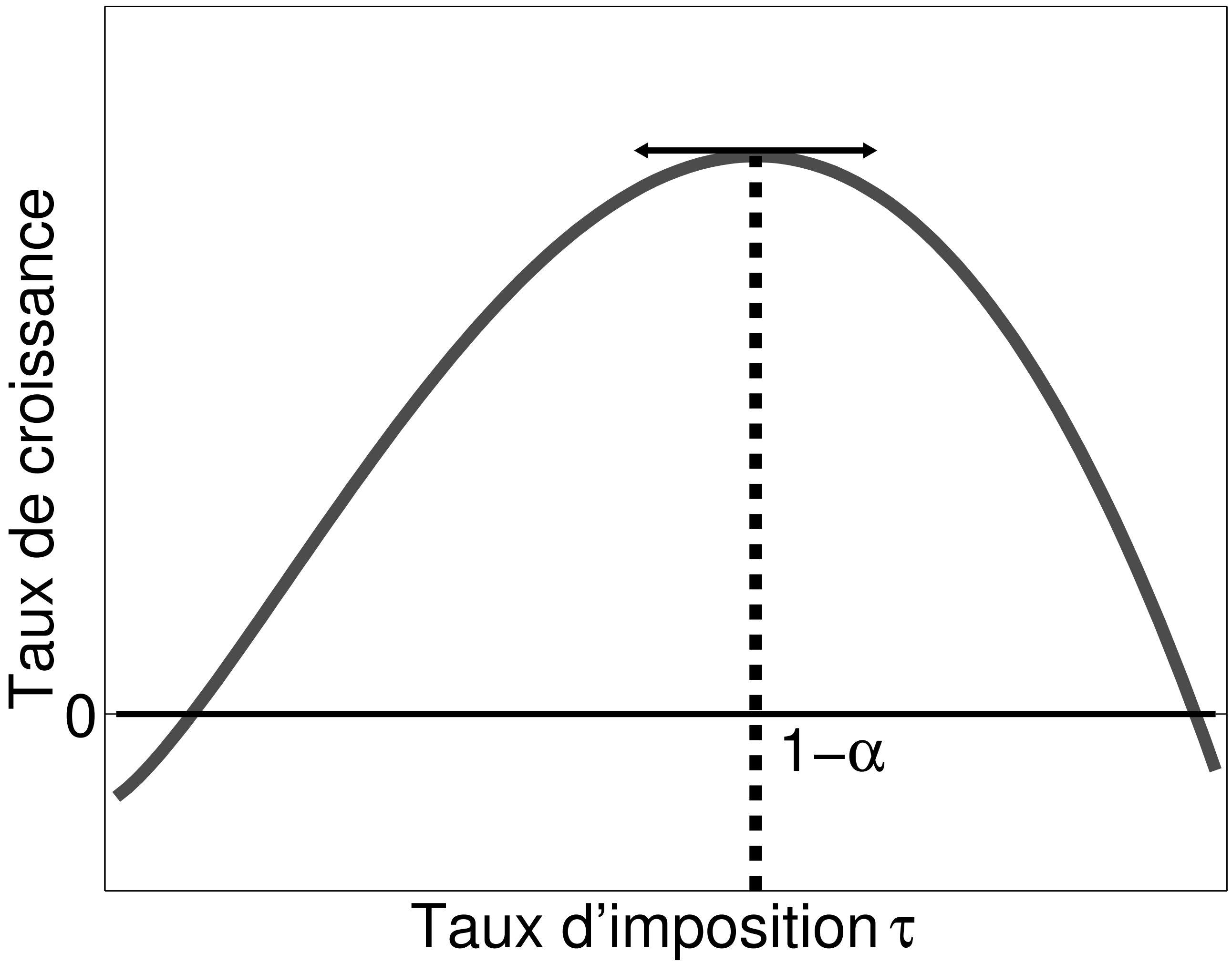
Résolution

- $$\begin{aligned}\frac{\dot{K}}{K} &= s(1-\tau)\frac{Y}{K} - \delta \\ &= s(1-\tau)\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} A^{\frac{1}{\alpha}} N^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - \delta\end{aligned}$$
- Croissance à taux constant, auto-entretenue.
- Ce taux de croissance dépend de façon non-monotone du taux d'imposition τ

– les taxes diminuent le revenu disponible et pénalisent l'accumulation de capital privé ;

+ elles financent les services publics qui augmentent la productivité privée

Imposition et croissance (1/2)



Imposition et croissance (2/2)

- Il existe un taux de taxe (*i.e.* un ratio $\frac{G}{Y}$) rendant la croissance la plus rapide possible.
- Ce taux de taxe optimal vaut β, l'élasticité de Y à G.
- Si les ménages pouvaient choisir le taux de taxe, ils choisiraient pourtant $\tau = 0$.
- Si les services publics ne sont pas productifs ($\beta = 0$), l'État n'est à l'origine que de distortions. Sa taille devrait être la plus faible possible.

Résumé

- Facteur productif dont le volume n'est pas choisi par les agents privés : effet externe.
- Socialement, il est utile de disposer de ce facteur même si personne ne veut le financer individuellement.
- Un agent doit tenir compte (*internaliser*) des bénéfices sociaux de ce facteur : l'État.
- Justification de l'imposition et des dépenses publiques complètement non-keynésienne.

3.5 Activités de R & D et production d'innovations

- Considère le progrès technique comme le fruit d'une activité économique délibérée.
- Catégorie d'agent spécifique : les *entrepreneurs–chercheurs* qui utilisent les innovations pour s'octroyer une *rente*.
- L'innovation nécessite la mise en place de droits de propriété sur les innovations (brevets).
- Paul M. Romer 1990, *Endogenous technical change*.

Les 3 secteurs de l'économie

- Trois types d'entreprises selon la nature de leur production
  - Production du bien final ;
  - Production du bien intermédiaire ;
  - Production d'innovations (R & D).
- Différents degrés de concurrence sur les différents marchés.
- Liens : innovation $\rightarrow$ bien intermédiaire $\rightarrow$ bien final.
- La production de chaque secteur dépend de la demande du secteur suivant.

Production du bien final

- Il existe un grand nombre de firmes preneuses de prix produisant un unique bien final composite (bien consommé et accumulé).
- Le bien final n'est plus utilisé pour les consommations intermédiaires

$\Rightarrow$ Biens intermédiaires produits par le deuxième secteur.

- *Collection* de biens intermédiaires spécialisés, disposés de façon continue du plus ancien (bien 0) au plus récent (bien A).

La fonction de production de bien final (1/2)

- Le nombre de variétés de biens intermédiaires disponibles, A, joue le rôle d'un *capital technologique*.
- Innovation consiste à inventer un nouveau bien intermédiaire. Génère une externalité positive.
- Deux types d'inputs :

– N_Y unités de travail ;

– x_i unités du bien spécialisé i.

La fonction de production de bien final (2/2)

- $Y = N_Y^{1-\alpha} \int_0^A x_i^\alpha di$, $0 < \alpha < 1$.
- *Préférence pour la diversité* ($\sim$ goût pour la variété).

– une augmentation de la quantité <u>totale</u> de bien intermédiaire utilisée, $\int_0^A x_i di$, accroît la production ;

– à quantité de bien intermédiaire utilisée donnée, la production augmente avec la variété A dès que $\alpha < 1$

$\Rightarrow$ l'innovation (hausse de A) accroît la production.

- À A donné, rendements d'échelle constants dans les facteurs N_Y et $\{x_i\}$.
- La productivité marginale du bien i ne dépend pas des quantités des autres biens spécialisés (additivement séparable)

$\Rightarrow$ les innovations s'accumulent, l'une ne chasse pas l'autre.

L'équilibre symétrique (1/2)

- En tant qu'inputs, les différents biens spécialisés sont symétriques.
- On suppose une distribution uniforme sur $[0, A]$: $x_i = x \,\forall i$.
- $$\begin{aligned} Y &= N_Y^{1-\alpha}\, A\, x^{\alpha} \\ &= (A\, x)^{\alpha}\, (A\, N_Y)^{1-\alpha}\,. \end{aligned}$$
- Demandes de facteurs pour un salaire réel w et un prix des biens intermédiaires p (par symétrie, $p_i = p \,\forall i$)
- Numéraire : bien final.

  $\max\limits_{\{x, N_Y\}} A\, N_Y^{1-\alpha}\, x^{\alpha} - w\, N_Y - A\, p\, x$ sachant $Y = N_Y^{1-\alpha}\, A\, x^{\alpha}$.

L'équilibre symétrique (2/2)

$$\begin{cases} \alpha\left(\frac{N_Y}{x}\right)^{1-\alpha} & = & p \\ A(1-\alpha)\left(\frac{x}{N_Y}\right)^{\alpha} & = & w \end{cases}$$

- Les rendements d'échelle par rapport aux facteurs rémunérés sont constants

$\Rightarrow$ épuisement du produit.

- Fonction de demande de bien intermédiaire : $x(p) = N_Y\left(\frac{\alpha}{p}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$

$\Rightarrow$ l'élasticité–prix (en valeur absolue) de la demande de bien intermédiaire vaut $\frac{1}{1-\alpha}$.

Production de bien intermédiaire

- Ce secteur ne produit aucune valeur ajoutée, mais permet de rémunérer l'innovation

$\Rightarrow$ marchés des biens intermédiaires non–concurrentiels.

- Chaque firme de ce secteur dispose d'une technologie lui permettant de transformer une unité de bien final en une unité de bien spécialisé i.
- Coût marginal d'une unité de bien i : 1 (unité de bien final).
- Quantité totale de bien intermédiaire utilisée dans la production de bien final : $A\,x(p)$.
- Si la concurrence était parfaite sur le marché des biens intermédiaires, $p = 1$.
- Ici, une seule firme produit chaque bien intermédiaire i.

La structure de marché

- Les firmes intermédiaires achètent un brevet leur assurant l'exclusivité de la production.

$\Rightarrow$ le secteur des biens intermédiaires est constitué de firmes en position de monopole.

- $\max\limits_{\{x\}} \pi = (p-1)\,x$ sachant $p = \alpha \left(\frac{N_Y}{x}\right)^{1-\alpha}$.
- Ces firmes tarifient au dessus du coût marginal : elles appliquent un taux de marge μ à leur coût marginal.

Le prix des biens intermédiaires

- Le taux de marge diminue avec l'élasticité–prix de la demande ε : $\mu = \frac{1}{1-\frac{1}{\varepsilon}} - 1 = \frac{1}{\alpha} - 1$

$\Rightarrow$ Prix de vente du bien intermédiaire $p = \frac{1}{\alpha} > 1$.

- Demande de bien intermédiaire de la part des producteurs de biens finaux = production totale de biens intermédiaires : $x\left(\frac{1}{\alpha}\right) = N_Y \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}}$.
- Profits positifs ? Il faut prendre en compte le coût d'acquisition de l'exclusivité.

Prix des brevets et équilibre de libre–entrée

- Si l'acquisition d'un brevet donne la possibilité de faire un profit positif, de nouvelles firmes productrices de nouveaux biens intermédiaires se créent.
- Équilibre de *libre–entrée* assure la nullité des profits

$\sim$ la redevance versée au propriétaire du brevet doit rendre le profit nul, sinon le nombre de firmes et la production de chaque bien changent.

Les royalties

- r_A : prix d'une licence assurant l'exclusivité de la production d'un bien spécialisé à une firme du secteur intermédiaire.
- Le profit de cette firme est nul : $(p-1)\,x - r_A = 0$

$\Rightarrow r_A = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)\alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} N_Y.$

- Cette rémunération augmente avec N_Y, avec le niveau de production du bien final.
- La production de bien final détermine la demande de bien intermédiaire, donc les profits de monopole.

Le secteur de la recherche

- Produit de nouvelles variétés de biens intermédiaires à partir de travail et de capital technologique.
- $\dot{A}(t) = \rho\, N_A\, A(t)$.

– $\rho > 0$: paramètre d'efficacité de la recherche.

– N_A : travail employé à la production d'innovations (nombre de chercheurs).

$\Rightarrow$ un chercheur supplémentaire augmente le taux de croissance du capital technologique.

Les inputs de l'innovation

- Productivité marginale d'un chercheur, $\rho\, A(t)$, augmente avec le capital technologique, donc au cours du temps.
- L'utilisation des innovations passées pour produire est protégée par le brevet. L'utilisation des innovations passées pour la recherche est gratuite.
- Externalité : chaque chercheur accroît (gratuitement) la productivité de la recherche future.

La croissance équilibrée

- $Y(t) = A(t)\, N_Y(t)^{1-\alpha}\, x(t)^{\alpha}$ et $x(t) = \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}}\, N_Y(t)$

$\Rightarrow$ $Y(t) = A(t)\, \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}}\, N_Y(t)$.

- Y : production de bien final $\neq$ valeur ajoutée totale.
- Sur le sentier de croissance équilibrée, la proportion de travail employée à la production de bien final et à la recherche est constante

$\Rightarrow$ N_Y et N_A sont constants dès que la population est constante ($N_A = \alpha N_Y$).

- $\frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)} = \frac{\dot{A}(t)}{A(t)} = \rho\, N_A(t)$.

– Ce taux augmente avec l'efficacité de la recherche ρ. L'activité de recherche (la création de nouvelles variétés de biens spécialisés) est le moteur de la croissance de cette économie.

– Augmente avec la part de chercheurs dans la population, donc avec α.

– Effet d'échelle lié à la taille de la population.

Prix et salaires

- Stabilité des prix, de la quantité de chaque bien intermédiaire produit, du partage du travail entre production et recherche.
- Croissance des salaires réels au taux $\frac{\dot{A}(t)}{A(t)}$.

La fonction d'innovations

- Remise en cause de la linéarité.
- $\dot{A}(t) = \rho\, N_A\, A(t)^{\phi}, \phi < 1$.

– $\phi > 0$: la production d'innovation augmente avec le capital technologique existant (*standing on the giants' shoulders*) — chaque chercheur profite de la connaissance accumulée par tous ses prédécesseurs ;

– $\phi < 0$: épuisement des opportunités technologiques.

- $\frac{\dot{A}(t)}{A(t)} = \rho\, N_{A,t}\, A(t)^{\phi-1}$ diminue quand $A(t)$ augmente.
- Ce taux de croissance n'est constant que si la population augmente à un taux $(1-\phi)\,\frac{\dot{A}(t)}{A(t)}$

$\sim$ l'augmentation du nombre de chercheur permet de stimuler sans cesse la productivité de l'activité de recherche.

- Charles I. Jones 1995, *R & D based models of economic growth*.

Une croissance semi–endogène

- *Semi–endogène* ?

– en l'absence de R & D, pas de croissance du produit par tête ;

– à population constante, la croissance s'épuise dans le long–terme (non auto–entretenue).

Résumé

- Une activité de R & D permet d'améliorer la productivité du travail.
- La connaissance est un bien public mais les procédés sont exclusifs et confèrent un pouvoir de marché.
- Les profits permettent de financer les innovations.
- Le taux de croissance dépend de l'efficacité de la R & D et de la part de la population qui s'y consacre.