

Le résidu de Solow

1 La construction du résidu de Solow

On fait l'hypothèse que la fonction de production agrégée d'une économie est de la forme

$$Y(t) = A(t)F [K(t), N(t)]$$

dans laquelle $K(t)$ et $N(t)$ représentent respectivement les quantités de facteur capital et travail mis en œuvre au cours de la production, et $A(t)$ est une variable (exogène) qui croît au cours du temps. $F(\cdot, \cdot)$ est une fonction croissante en chacun de ses deux arguments, dont les rendements d'échelle sont, par hypothèse, constants.

1. On étudie dans un premier temps la relation entre produit et quantité de travail, **à quantité de capital donnée**. Cette relation est-elle croissante, décroissante ou non-monotone ? Graphiquement, comment se traduit une augmentation de l'emploi $N(t)$? une augmentation de $A(t)$?
2. Exprimez le taux de croissance du produit en fonction des taux de croissance respectifs de A , K et N .
3. Sous quelle hypothèse la productivité marginale du travail est-elle égale au salaire réel ? Sous quelle hypothèse la productivité marginale du capital est-elle égale au coût d'usage du capital ? Dans l'expression obtenue à la question précédente, faites apparaître les parts de chacun des facteurs de production dans la production totale.
4. Quel est le lien entre les rendements d'échelle et le degré d'homogénéité d'une fonction de production ? Appliquez le théorème d'Euler à la fonction $F(\cdot, \cdot)$.
5. Quelles variables a-t-on besoin d'observer pour calculer le résidu de Solow dans cette économie ? Donnez l'expression du résidu de Solow (que l'on note $RS(t)$) ?
6. Pourquoi assimile-t-on le résidu de Solow au rythme du progrès technique ?

7. Le [projet KLEMS](#) produit une base de données comparatives permettant d'étudier la croissance des pays européens (et quelques autres). Choisissez un pays dans la liste, et menez un exercice de comptabilité de la croissance sur ce pays.

2 Services publics productifs et contamination du résidu de Solow

On considère une économie artificielle composée d'un grand nombre fixe de ménages consommateurs-offreurs de travail, de M entreprises identiques et d'un État fournissant des services publics. Les marchés de bien et de facteurs sont parfaitement concurrentiels. Chaque ménage fournit inélastiquement une unité de travail.

L'entreprise i produit, à la date t , une quantité $Y_i(t)$ du bien composite à partir de son stock de capital physique $K_i(t)$ et du niveau d'emploi $N_i(t)$, à l'aide de la technologie suivante :

$$Y_i(t) = A(t) K_i(t)^\alpha N_i(t)^{1-\alpha} \bar{G}(t)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1.$$

Dans cette expression, $A(t)$ est une variable exogène croissant au cours du temps représentant l'amélioration des techniques de production. Les dépenses publiques $\bar{G}(t)$, que chaque entreprise considère comme données, sont financées par un impôt proportionnel au revenu, dont le taux exogène est $\tau > 0$.

1. Dans cette économie, pourquoi peut-on dire que les services publics sont productifs ?
2. Exprimez le montant des recettes de l'État en fonction de la production agrégée $Y(t) = \sum_{i=1}^M Y_i(t)$. Qu'est ce que l'équilibre budgétaire de l'État et à quelle condition cette situation est-elle atteinte ? On suppose dans la suite cette condition vérifiée.
3. Quelle est la différence entre la fonction de production sociale et la fonction de production privée ? Sachant que toutes les entreprises sont identiques, donnez l'expression de la production agrégée $Y(t)$ en fonction de $A(t)$, du stock de capital agrégé $K(t)$ et de l'emploi total $N(t)$.
4. Exprimez les productivités marginales privées du capital et du travail.
5. Que valent les parts respectives de la rémunération du travail (notée $S_{N,t}$) et du capital (notée $S_{K,t}$) dans le revenu national, $Y(t) = \sum_{i=1}^M Y_i(t)$, à l'équilibre des marchés des facteurs de production ? [Note : les firmes étant identiques, $\frac{K(t)}{Y(t)} = \frac{K_i(t)}{Y_i(t)} \forall i, t$.]

6. Exprimez le taux de croissance de la production agrégée, $g_{Y,t} \equiv \frac{Y_{t+1}-Y(t)}{Y(t)}$, en fonction du taux de croissance de $A(t)$, de $K(t)$ et de $N(t)$.
7. Définissez le résidu de Solow. Calculez sa valeur dans cette économie.
8. D'après vous, peut-on dire que le résidu de Solow sur-estime ou sous-estime le rythme du progrès technique dans cette économie ?
9. Reprenez les questions 3 à 8 pour la fonction de production suivante (qui est plus générale)

$$Y_i(t) = A(t) K_i(t)^\alpha N_i(t)^{1-\alpha} \bar{G}(t)^\beta, \quad 0 < \alpha < 1 \text{ et } \beta \geq 0.$$