Séance 3

1 Estimation ponctuelle

- Pour $N = 10, 100, 300, 500, 1000$, simuler N réalisations d'une variable aléatoire $X \sim \mathcal{N}(2, \sigma^2 = 4)$ et donner une estimation de $E(X)$. Que constatez-vous ?
- Pour $N = 100$, simuler N réalisations d'une variable aléatoire de Bernoulli $X \sim \mathcal{B}er(p = 0.5)$ et calculer une estimation de $E(X)$. Renouveler 1000 fois cette opération et faire une représentation graphique de ces 1000 estimations pour donner à voir les fluctuations de l'estimateur.
- Renouveler l'expérience ci-dessus avec $N = 1000$. Que constatez-vous ?

2 Estimation par IC

2.1 IC pour μ

Pour étudier un taux de pollution dans une grande ville, on effectue 42 prélèvements, en différents endroits, qui donnent une moyenne du taux de pollution égale à 2.1 avec un écart-type de 0.3.

- Reprendre l'expression des bornes de l'intervalle à $(1 - \alpha)\%$ de μ, le taux de pollution moyen dans cette ville.
- Donner une valeur de l'intervalle de confiance à 92%.

2.2 IC pour p

Dans un échantillon de 2000 personnes, prélevé au hasard dans une population, on observe 18% d'individus qui ont un niveau d'études particulier.

- Reprendre l'expression des bornes de l'intervalle à $(1-\alpha)\%$ de p, la probabilité pour un individu dans cette pôpulation d'avoir atteint ce niveau d'études.
- Calculer l'intervalle de confiance à 98%.

3 Test sur un paramètre

3.1 Test sur μ

Un procédé de fabrication courant a produit des millions de tubes TV, dont la durée de vie moyenne est $\mu = 1200$ heures et l'écart type $\sigma = 300$ heures. Un nouveau procédé, estimé meilleur par le bureau d'études, fournit un échantillon de 100 tubes, avec une moyenne $\bar{x} = 1265$. S'agit-il simplement d'un coup de chance de l'échantillonnage ?

- Reprendre l'expression de la borne de rejet et de la règle de décision
- Calculer la valeur de cette borne de rejet à l'aide de **R** pour $\alpha = 0.05$.
- Construire un échantillon de taille 100 ayant pour espérance 1265 et pour écart-type 300. Quelle est la valeur de sa moyenne ?
- Calculer la $p - value$ associée.
- Interpréter les différentes sorties de la fonction *t.test*.
- Avec l'option *alternative*, retrouver l'intervalle de confiance de la section 2.1.

3.2 Test sur p

Lors de la vente d'un forfait de ski, il est systématiquement proposé une assurance journalière pour couvrir l'ensemble des risques liés à la pratique du ski. Lors des dernières années, le pourcentage d'assurances vendues s'est stabilisé à 10% des forfaits vendus. Une campagne de sensibilisation pour inciter les skieurs à avoir une assurance s'est déroulée tout au long de la saison. Au cours de la dernière quinzaine de vacances une étude portant sur 2500 forfaits vendus dans une région montre que 292 assurances ont été souscrites. Y aurait-il un changement de comportement du consommateur et donc un résultat probant de la campagne de sensibilisation ?

- Reprendre l'expression de la borne de rejet et de la règle de décision
- Calculer la valeur de cette borne de rejet à l'aide de **R** pour $\alpha = 0.01$.
- Calculer la $p - value$ de ce test.
- Interpréter les différentes sorties de la fonction *prop.test*.

4 Test du χ^2

4.1 Test du χ^2 d'indépendance

Sondage sur le niveau d'acceptation d'un nouveau système

Appréciation Les sondés	Très difficile	Assez difficile	Peu ou pas difficile
Jeunes	81	138	132
Actifs	126	131	94
Retraités	203	78	69

- Calculer les effectifs théoriques sous hypothèse d'indépendance et la valeur de la statistique du χ^2.
- Calculer la $p - value$.
- Retrouver ces différents éléments à l'aide de la fonction *chisq.test*.

4.2 Test du χ^2 d'adéquation

La répartition des 10 000 premières décimales du nombre π est donnée dans le tableau suivant :

décimale	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
effectifs	968	1026	1021	974	1012	1046	1021	970	948	1014

- Calculer les effectifs théoriques sous hypothèse de distribution uniforme des décimales et la valeur de la statistique du χ^2.
- Calculer la $p - value$.
- Retrouver ces différents éléments à l'aide de la fonction *chisq.test*.