Université Paul Valéry

Arts - Lettres - Langues
Sciences humaines & sociales

MISASHS L3

Statistique

TD 2

Estimation ponctuelle

Exercice 1:

1. Au cours du mois de novembre 2008, on a réalisé un test clinique T_c sur un échantillon de 100 patients et le résultat moyen ($\bar{t}_{c_{nov}}$) obtenu était alors de 25. On note μ l'espérance mathématique de la variable T_c et σ^2 sa variance. Donner l'espérance mathématique de la variable $\overline{T}_{c_{nov}}$ et sa variance.

2. Au cours du mois de décembre, le même test réalisé sur un échantillon de 50 patients a donné un résultat moyen : $\bar{t}_{c_{dec}} = 31$. Donner l'espérance mathématique de la variable $\overline{T}_{c_{dec}}$ et sa variance.

3. Encore mal remis des fêtes de fin d'année, le praticien décide de calculer le "milieu" des 2 résultats moyens. Donner l'espérance mathématique de la variable aléatoire associée $M_{nov,dec}$ et sa variance. En terme de variance, comparez avec les 2 résultats précédents?

4. Un étudiant de Master en stage dans le service propose de choisir la moyenne pondérée des 2 résultats moyens. Donner l'espérance mathématique de cette nouvelle variable aléatoire associée ainsi que sa variance (on précisera à quoi correspond cette variable). L'étudiant a t-il eu raison de proposer cette correction?

Exercice 2: Même énoncé que précédemment avec le vocabulaire de l'estimation.

1. Proposer une estimation ponctuelle de μ pour le mois de novembre.

2. Proposer une estimation ponctuelle de μ pour le mois de décembre.

3. Quelle est l'estimation proposée par le praticien?

4. Quelle est l'estimation proposée par l'étudiant de Master?

5. Ces 4 estimations sont-elles associées à des estimateurs sans biais de μ?

6. Donner la forme générale d'un estimateur sans biais de μ, combinaison linéaire de $\overline{T}_{c_{nov}}$ et $\overline{T}_{c_{dec}}$. Les estimateurs associés aux 4 estimations (questions 1-4) sont des cas particuliers de cette forme générale : lesquels?

7. Avec une combinaison de votre choix (autre que celles des questions 1-4), donner la nouvelle estimation proposée, et la variance de cet estimateur. Faites vous mieux que l'étudiant de Master?

Exercice 3:

1. On suppose que le nombre d'urgences à l'hôpital la nuit suit une loi de Poisson de paramètre λ. On a noté ce nombre lors des nuits précédentes :
   23 23 30 26 26 20 19 23 27 26 21 29 34 32 19 23 26 19 27 29.
   Proposer une estimation du paramètre λ. Justifier. Proposer plusieurs façons d'estimer la variance de cette variable.

2. On a aussi noté le rang d'arrivée du premier patient nécessitant une hospitalisation :
   49 9 1 13 4 19 8 7 4 31 10 11 22 2 3 3 6 9 9 35.
   Proposer une estimation de la probabilité d'être hospitalisé pour un patient se rendant aux urgences la nuit. Commenter.
   Comment estimer la variance de cette variable?

3. Même question pour la variable “temps d'attente avant prise en charge” (exprimée en mn), observée sur 20 patients pris au hasard, dont on suppose qu'elle suit une loi exponentielle.
   27 166 20 55 8 7 3 108 61 15 18 6 4 32 107 15 242 80 30 22.

Exercice 4: Un fournisseur d'accès internet a modélisé par une loi de Poisson la distribution du nombre d'accès illicites à son serveur par minute. Il est admis que le paramètre de cette loi est 2.2. Un nouvel analyste pense que cette hypothèse de modélisation est erronée. Pour illustrer son propos, il note sur une période de 12 heures le nombre d'accès illicites au serveur pour chaque minute. Il obtient les résultats suivants :

Nombre d'accès illicites	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Nb de minute	103	162	177	123	104	30	21

Dans un premier temps il calcule la moyenne (vous aussi !). Si l'hypothèse de loi de Poisson est vraie, à quoi peut servir cette valeur? Que pensez-vous de ce résultat?