Université Paul Valéry
Arts - Lettres - Langues
Sciences humaines & sociales

PSYCHOLOGIE - Licence 3

E53XPM

Statistiques appliquées à la psychologie 3

Examen du 20 novembre 2004

CORRIGÉ

Exercice 1 :

1) Notons les événements :
A_i : "habiter l'arrondissement i"
F : "être plutot favorable au projet d'urbanisme"
Alors :

$P(A_1) = 0.15$	$P(A_2) = 0.32$	$P(A_3) = 0.23$	$P(A_4) = 0.30$
$P(F\|A_1) = P_{A_1}(F) = 0.12$	$P(F\|A_2) = P_{A_2}(F) = 0.31$	$P(F\|A_3) = P_{A_3}(F) = 0.72$	$P(F\|A_4) = P_{A_4}(F) = 0.55$

1) $P(F) = P(F|A_1) \times P(A_1) + P(F|A_2) \times P(A_2) + P(F|A_3) \times P(A_3) + P(F|A_4) \times P(A_4) = 0.4478$

2) $P(A_3|F) = \dfrac{P(F|A_3) \times P(A_3)}{P(F)} = 0.3698$

Exercice 2 :

1) Pour le candidat i, notons X_i la v.a. associée au fait qu'il corresponde ou non au profil : $X_i = 1$ si oui, $X_i = 0$ si non. $X_i \sim \mathcal{B}er(0.6)$
Ces variables sont indépendantes les unes des autres (le fait que l'un corresponde au profil n'influence pas l'autre).
Soit X la v.a. associée au nombre de candidatures correspondant au profil : $X = \sum_{i=1}^{8} X_i$
$X \sim \mathcal{B}in(8, 0.6)$

2) Question ouverte : plusieurs interprétations possibles.
"Nombre attendu" dans le sens du nombre moyen attendu selon le modèle, ou moyenne théorique. C'est alors l'espérance mathématique : $E(X) = 8 \times 0.6 = 4.8$
"Nombre attendu" dans le sens du nombre le plus probable. C'est alors le mode de la distribution : la réponse est 5.

3) $P(X = 0) + P(X = 1) = C_8^0 0.6^0 0.4^8 + C_8^1 0.6^1 0.4^7 = 0.0085$

Exercice 3 :

Soit X la v.a. associée au montant de la facture d'un caddie à une caisse de supermarché. $X \sim \mathcal{N}(80, 30^2)$ et $Z = \dfrac{X - 80}{30}$ la v.a. centrée réduite associée à X

1) $P(X \leq 100) = P(Z \leq 0.666) = 1 - 0.253 = 0.747$

2) On cherche x tel que $P(X \geq x) = 0.95$
$P(X \geq x) = P(Z \geq \dfrac{x - 80}{30}) = 0.95$
D'où $\dfrac{x - 80}{30} = -1.6449$ donc $x = 30.65$ euros

3) $P(X \geq 100|X \geq 80) = \dfrac{P(\{X \geq 100\} \cap \{X \geq 80\})}{P(X \geq 80} = \dfrac{P(X \geq 100)}{P(X \geq 80)}$
Or $P(X \geq 100) = 0.253$ et $P(X \geq 80) = 0.5$ d'où $P(X \geq 100|X \geq 80) = 0.506$

Exercice 4 :
1) $P(T_+|M) = P_M(T_+) = P_M(X \geq 90) = P_M(\dfrac{X-100}{10} \geq -1) = P_M(Z \geq -1) = 0.841$

2) $P(T_-|\overline{M}) = P_{\overline{M}}(T_-) = P_{\overline{M}}(X \leq 80) = P_{\overline{M}}(\dfrac{X-70}{15} \leq 0.667) = P_{\overline{M}}(Z \leq 0.667) = 0.747$

3) $$\begin{aligned} P(T_+ \cap \overline{M}) &= P(T_+|\overline{M}) \times P(\overline{M}) = P_{\overline{M}}(X \geq 90) \times P(\overline{M}) \\ &= P_{\overline{M}}(Z \geq 1.333) \times P(\overline{M}) = 0.0874 \end{aligned}$$

4) $$\begin{aligned} P(T_o) &= P(T_o|\overline{M}) \times P(\overline{M}) + P(T_o|M) \times P(M) \\ &= P_{\overline{M}}(80 \leq X \leq 90) \times P(\overline{M}) + P_M(80 \leq X \leq 90) \times P(M) \\ &= P_{\overline{M}}(0.667 \leq Z \leq 1.33) \times P(\overline{M}) + P_M(-2 \leq Z \leq -1) \times P(M) \\ &= (0.161 \times 0.95) + (0.136 \times 0.05) = 0.160 \end{aligned}$$

5) $$\begin{aligned} P(M|T_+) &= \frac{P(T_+|M) \times P(M)}{P(T_+)} \\ &= \frac{P(T_+|M) \times P(M)}{P(T_+|M) \times P(M) + P(T_+|\overline{M}) \times P(\overline{M})} \\ &= \frac{0.841 \times 0.05}{(0.841 \times 0.05) + (0.092 \times 0.95)} \\ &= 0.325 \end{aligned}$$