



E54XP1

Statistique pour la psychologie L3S5

Examen - décembre 2010

Durée : 2 heures

Matériel autorisé : table de la loi normale, calculatrice et une feuille manuscrite recto/verso.

- Les téléphones portables sont interdits.
- Calculatrice et documents ne doivent en aucun cas circuler ou être échangés entre les étudiants.
- On accordera un soin particulier à la rédaction des réponses.

---

Dans une piscine de la ville, on observe la vitesse (en kms/h) des nageurs dans 3 lignes d'eau différentes :

- en ligne 1 : cette vitesse est distribuée selon une loi normale d'espérance 1 et d'écart-type 0.7
- en ligne 2 : cette vitesse est distribuée selon une loi normale d'espérance 2 et d'écart-type 0.6
- en ligne 3 : cette vitesse est distribuée selon une loi normale d'espérance 3 et d'écart-type 0.5

**Partie 1 :** On s'intéresse dans un premier temps aux nageurs en ligne 3.

1. Quelle est la probabilité pour que la vitesse d'un nageur dépasse 3.8 kms/h ?
2. Avec quelle probabilité un nageur nagera-t-il à une vitesse inférieure à 2.5 kms/h ?
3. On considère un nageur dont la vitesse est supérieure à 2.5 kms/h, avec quelle probabilité sera-t-elle supérieure à 3.8 kms/h ? Commenter.
4. Quelles sont les bornes de l'intervalle contenant des valeurs de la vitesse des nageurs de la ligne 3 avec une probabilité 0.8 ? Comment appelle-t-on cet intervalle ?
5. On souhaite regrouper les nageurs de la ligne 3 en 2 groupes équiprobables : dans un groupe les nageurs les plus rapides, dans l'autre les plus lents. Quelle est alors la vitesse qui permet de répartir les nageurs dans ces 2 groupes ?
6. Pour un nageur du groupe rapide, quelle est la probabilité pour que sa vitesse dépasse 3.8 kms/h ?
7. Pour un nageur du groupe rapide, avec quelle probabilité nagera-t-il à une vitesse inférieure à 2.5 kms/h ?

**Partie 2 :** On s'intéresse maintenant à la répartition des nageurs dans les 3 lignes d'eau. Elle n'est pas uniforme : par expérience, on sait que 40% des nageurs nagent en ligne 1, 30% en ligne 2 et 30% en ligne 3. Dans chacune de ces 3 lignes, la nage avec palme est autorisée, le tableau suivant en donne la probabilité :

| Ligne 1 | Ligne2 | Ligne 3 |
|---------|--------|---------|
| 0.4     | 0.3    | 0.6     |

8. Définir les éléments nécessaires à la traduction de ces informations et traduire.
9. Quelle est la probabilité pour un nageur dans cette piscine de nager avec des palmes ?
10. Quelle est la ligne la plus probable pour un nageur à palmes ?

**Partie 3 :** On observe le bassin de loin et on ne peut pas savoir si le nageur nage avec palmes. On dispose par contre de sa vitesse et on utilise une vitesse supérieure à 3.8 kms/h comme indicateur d'une nage avec palmes. Dans l'analogie du vocabulaire médical une vitesse supérieure à 3.8 kms/h constitue donc un signe diagnostique de la nage avec palmes.

11. Dans ce contexte et en utilisant la même analogie, donner la signification de la prévalence, la sensibilité et la spécificité.
12. Que vaut alors la prévalence ? (répondre à l'aide de la partie 2)
13. Etant donné qu'un nageur avec palmes a une probabilité 0.8 de nager à plus de 3.8 kms/h et un nageur sans palmes a une probabilité 0.1 de nager à plus de 3.8 kms/h, calculer la valeur prédictive positive ?

**Partie 4 :** On suppose dans cette partie que la probabilité de nager avec palmes est 0.2. On observe 10 nageurs à la sortie de la piscine.

14. Dans un premier temps, on compte dans la variable aléatoire  $X$  le nombre de ceux qui possèdent des palmes. En la justifiant, donner la loi de cette variable aléatoire.
15. Calculer  $P(X = 3)$ .
16. En observant un groupe de nageurs, de combien de personnes minimum doit-il être composé pour obtenir une moyenne théorique de 6 nageurs avec palmes ?
17. À la sortie de la piscine, quel devrait être en moyenne le nombre de nageurs à observer pour voir sortir le premier sac avec palmes ?