



E54XP1

Statistique pour la psychologie L3S5

Examen - janvier 2010

Durée : 2 heures

Matériel autorisé : table de la loi normale, calculatrice et une feuille manuscrite recto/verso.

- Les téléphones portables sont interdits.
- Calculatrice et documents ne doivent en aucun cas circuler ou être échangés entre les étudiants.
- On accordera un soin particulier à la rédaction des réponses.

Exercice 1 : Dans une cantine scolaire, 4 menus sont au choix. On a établi que 45% des élèves choisissent le menu A, 10% le menu B, 20% le menu C et 25% le menu D. Pour chacun de ces menus, la probabilité qu'il contienne des légumes verts est donnée dans le tableau ci-dessous :

Menu A	Menu B	Menu C	Menu D
5%	60%	50%	45%

1. Définir les événements en jeu dans ce contexte.
2. Traduire en probabilités les données de l'énoncé.
3. Quelle est la probabilité qu'un enfant mange des légumes verts ?
4. Pour un enfant n'ayant pas mangé de légumes verts, quelle est la probabilité qu'il ait choisi le menu A ?
5. Quel est le menu choisi le plus vraisemblablement par un enfant ayant mangé des légumes verts ?

Exercice 2 : On mesure la performance des individus d'un groupe (groupe 1) par un score quantitatif continu. Après étude, la distribution des valeurs de performance dans ce groupe 1 est modélisée par une loi normale d'espérance 50 et de variance 36.

6. Avec quelle probabilité peut-on choisir au hasard dans ce groupe un individu dont la mesure est inférieure à 43 ?
7. Dans ce groupe, quelle est la performance maximale des 80% des individus ayant les performances les plus faibles ? Comment appelle-t-on cette valeur en statistique ?

8. Proposer un intervalle de dispersion dans lequel se situent, avec 90% de chance, les valeurs des performances (par défaut on le choisit symétrique par rapport à l'espérance).
9. Sachant que la performance de Mr. Dupont est supérieure à l'espérance, quelle est la probabilité qu'elle soit comprise entre 43 et 56 ?

Dans un autre groupe (groupe 2), cette mesure de performance est modélisée par une variable aléatoire Y de loi normale d'espérance 70 et de variance 49. On choisit au hasard 2 individus du groupe 1 et 1 individu du groupe 2 et on désigne par X_1 , X_2 et Y les variables aléatoires de mesure de performance associées.

10. Quelle est la loi de $2Y$? (préciser la nature de la loi et les valeurs de ses paramètres)
11. Quelle est la loi de $X_1 + X_2 + 2Y$? (préciser la nature de la loi et les valeurs de ses paramètres)
12. Quelle est la loi d'une "moyenne" de ces 3 individus calculée par $\frac{X_1 + X_2 + 2Y}{4}$? (préciser la nature de la loi et les valeurs de ses paramètres)
13. Avec quelle probabilité cette moyenne dépasse-t-elle 65 ?

Exercice 3 : Dans une grande assemblée d'une association, en ce début d'année, on tire les rois ! La probabilité d'avoir la fève est de $\frac{1}{8}$ et étant donné le très grand nombre de personnes présentes on peut considérer les individus indépendants les uns des autres pour être élu roi ou reine. Pour un enfant dans cette assemblée, la probabilité d'avoir la fève est de $\frac{1}{3}$ (quelques tricheries sont fréquentes !).

14. Dans un groupe de 10 enfants de cette assemblée, on compte le nombre d'enfants ayant obtenu une fève. Quelles sont les valeurs possibles de cette variable aléatoire ? Quelle est la loi de cette variable ? Quelle est son espérance (en précisant ce qu'elle exprime) ?
15. Quelle est la probabilité que 4 enfants parmi les 10 obtiennent une fève ?
16. Un enfant mange des parts de galette jusqu'à obtenir une fève, on compte le nombre de parts qu'il mange. Quelles sont les valeurs possibles de cette variable aléatoire ? Quelle est la loi de cette variable ? Quelle est son espérance (en précisant ce qu'elle exprime) ?
17. Quelle est la probabilité que l'enfant mange 4 parts ?