



E54XP1

Statistique pour la psychologie L3S5

Examen - janvier 2011

Durée : 2 heures

Matériel autorisé : table de la loi normale, calculatrice et une feuille manuscrite recto/verso.

- Les téléphones portables sont interdits.
- Calculatrice et documents ne doivent en aucun cas circuler ou être échangés entre les étudiants.
- On accordera un soin particulier à la rédaction des réponses.

Exercice 1 :

Dans un restaurant, on propose aux clients divers choix. Au moment de la facturation :

- si le client a choisi une entrée et, une viande ou un poisson, on lui fera payer le **menu 1**
- si le client a choisi une viande ou un poisson, et un dessert, on lui fera payer le **menu 2**
- si le client a choisi une entrée, une viande ou un poisson, et un dessert, on lui fera payer le **menu 3**
- autrement, il paiera les divers éléments à la **carte**.

On note les événements :

E : “choisir une entrée” - V : “choisir une viande” - P : “choisir un poisson” - D : “choisir un dessert”

1. À l'aide des événements énoncés, exprimer l'événement M_1 : “choisir le menu 1”. Faites de même avec les menus 2 et 3.
2. À l'aide des opérations sur les ensembles, décrire le contraire de M_3 . Exprimer par une phrase cette composition de repas qui ne rentrera pas dans le menu 3.

On sait que 30% des clients choisissent le menu 1, 45% des clients choisissent le menu 2, 15% des clients le menu 3 et 10% prennent à la carte. Pour chacun de ces menus, le taux de satisfaction est :

Menu 1	Menu 2	Menu 3	Carte
0.65	0.75	0.90	0.95

3. Compléter la définition des événements et traduire les informations chiffrées données ci-dessus.

4. Que vaut globalement la satisfaction des clients dans ce restaurant ?
5. Quel est le choix le plus probable d'une personne satisfaite ? Commenter.

Dans l'analogie du diagnostic médical, si on utilise la satisfaction comme un signe diagnostique du menu à la carte.

6. Décrire la sensibilité par une phrase et calculer sa valeur.
7. Décrire la spécificité par une phrase et calculer sa valeur.

Une table de 10 convives s'est constituée. On s'intéresse au nombre de personnes qui choisiront le menu 2 autour de la table. On suppose que les choix des personnes sont indépendants les uns des autres.

8. Calculer la probabilité pour que le nombre de convives choisissant le menu 2 soit égal à 5. Justifier précisément.
9. Quel est le nombre moyen théorique de convives choisissant le menu 2 sur une table de 10 personnes ?

Exercice 2 :

Les candidats à un test doivent passer 2 épreuves.

Épreuve 1 : 5 questions sont posées au candidat et on compte dans E_1 le nombre de mauvaises réponses. La loi de cette variable aléatoire est donnée par :

v	0	1	2	3	4	5
$P(E_1 = v)$	0.10	0.22	0.17	0.31	0.12	0.08

Épreuve 2 : cette épreuve a été qualifiée pour obtenir une moyenne théorique de 100 et aboutit à un score E_2 .

À l'issue de ces 2 épreuves, la note finale Y est obtenue en retranchant au score de l'épreuve 2 un nombre de points de pénalités correspondant à 5 fois le nombre de mauvaises réponses de l'épreuve 1.

10. Exprimer Y à l'aide de E_1 et E_2 .
11. Calculer l'espérance de Y .
12. En supposant E_1 et E_2 indépendantes, exprimer sans calcul la variance de Y à l'aide de la variance de E_1 et celle de E_2 . Commenter cette hypothèse d'indépendance.

Exercice 3 : Le liquide céphalo-rachidien (LCR), dans lequel baignent le cerveau et la moelle épinière, a un volume, chez l'adulte, d'environ 150 mL. Il est renouvelé plusieurs fois par jour. La pression normale du LCR varie donc au cours du temps mais aussi d'un sujet à l'autre. On

suppose cette pression distribuée selon une loi normale d'espérance 7.5 et d'écart-type 2 (mesure en mm Hg).

13. Quelle est alors la probabilité pour que cette pression dépasse 6.5 ?
14. Pour une personne dont la pression du LCR est inférieure à 7.5, quelle est la probabilité qu'elle dépasse 6.5 ?
15. Construire un intervalle de dispersion à 92% pour les valeurs de pression normale du LCR.

Si quelque chose (comme une tumeur) fait obstacle à son drainage, le LCR s'accumule dans les ventricules. La distribution de la variable pression est alors gaussienne d'espérance 13 et d'écart-type 3. Une pression supérieure à 15 mmHg témoigne d'une hypertension intracrânienne (HTIC).

16. Quelle est la probabilité pour un individu présentant une tumeur de témoigner d'une HTIC ?
17. Pour un individu présentant une tumeur et une pression supérieure à 12, avec quelle probabilité témoignera-t-il d'une HTIC ?