



Durée : 2 heures

**Matériel autorisé** : table de la loi normale, calculatrice et une feuille manuscrite recto/verso.

- Les téléphones portables sont interdits.
- Calculatrice et document ne doivent en aucun cas circuler ou être échangés entre les étudiants.
- On accordera un soin particulier à la rédaction des réponses (notamment en définissant clairement les événements utilisés).

---

*Remarque préalable : les chiffres annoncés dans ces exercices ne se basent sur aucune enquête réelle et n'ont bien sûr aucune intention polémique.*

---

**Exercice 1 :** Lors des événements anti-CPE, on a distingué 3 catégories d'étudiants au vu de leur participation aux manifestations : 28 % des étudiants n'ont participé à aucune manifestation, 58 % y ont participé occasionnellement et 14 % ont participé à toutes les manifestations. À la fin du conflit, au sein de chacune de ces catégories, les pourcentages de personnes favorables au déblocage de la fac ont été les suivants :

Participation	Constante	Occasionnelle	Aucune
Favorable au déblocage	40%	77%	65%

- 1) Traduire les différentes affirmations énoncées en définissant précisément les événements nécessaires pour cela.
- 2) Quelle est la probabilité pour qu'un étudiant choisi au hasard soit favorable au déblocage de la fac ?
- 3) À quel groupe un étudiant contre le déblocage appartient-il le plus probablement ? Quelle est la probabilité associée ?

**Exercice 2 :** Selon l'engagement de l'étudiant dans le conflit, on modélise la distribution de la variable aléatoire  $X$  désignant le temps passé en AG de 2 façons différentes :

*Étudiant peu ou pas engagé* (groupe 1) :  $X$  est distribuée selon une loi gaussienne d'espérance 5 et d'écart-type 10 (l'unité est l'heure).

*Étudiant très engagé* (groupe 2) :  $X$  est distribuée selon une loi gaussienne d'espérance 26 et d'écart-type 5 (l'unité est l'heure).

On évalue à 24 % la fréquence d'étudiants "très engagés" et donc à 76 % celle des étudiants "peu ou pas engagés".

Partie 1 :

- 1) Avec quelle probabilité un étudiant *peu ou pas engagé* passe plus de 15 heures en AG ?
- 2) Avec quelle probabilité un étudiant *très engagé* passe plus de 15 heures en AG ?
- 3) Quelle est alors la probabilité pour qu'un étudiant pris au hasard passe plus de 15 heures en AG ?
- 4) Quel est le groupe d'appartenance le plus probable d'un étudiant ayant passé plus de 15 heures en AG ? Justifiez en calculant, sachant cette information, les probabilités d'appartenance à chacun des 2 groupes.

Partie 2 :

On suppose ne pas connaître les fréquences de représentation de chacun des 2 groupes, ni l'appartenance des étudiants. On veut à partir de l'information sur le temps passé en AG reconstruire ces 2 groupes. On affecte un étudiant déclarant avoir passé  $x$  heures en AG au groupe 1 (*Étudiant peu ou pas engagé*) lorsque :

$$P(X \geq x|G_1) \geq P(X \leq x|G_2)$$

et au groupe 2 (*Étudiant très engagé*) sinon, ie lorsque  $P(X \geq x|G_1) < P(X \leq x|G_2)$ .

- 5) On a choisi un étudiant au hasard qui a déclaré avoir passé 20 heures en AG. À quel groupe sera-t-il affecté ?
- 6) On pose  $x_0$  la valeur de  $x$  en-dessous de laquelle on affecte un étudiant au groupe 1 et au-dessus de laquelle on affecte un étudiant au groupe 2. Justifiez alors que  $P(X \geq x_0|G_1) = P(X \leq x_0|G_2)$ . Calculez  $x_0$ .

Partie 3 :

On s'intéresse à la somme des temps passés en AG par un groupe de 36 étudiants très engagés. On note  $T$  cette variable aléatoire.

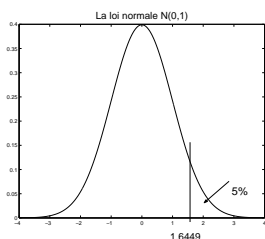
- 7) Quelle est la loi de  $T$  ?
- 8) Quelle est la probabilité que ce temps total dépasse 900 heures ?
- 9) Sachant qu'il a dépassé 900 heures, quelle est alors la probabilité qu'il dépasse 936 heures ?
- 10) Si on change d'unité pour mesurer en secondes, quelle est alors l'espérance et la variance de la variable  $T$  ?

**Exercice 3 :** On s'intéresse au nombre de participations d'un étudiant choisi au hasard aux 5 dernières manifestations anti-CPE. On suppose que la probabilité qu'il décide de prendre part à chacune de ces manifestations est de 0.4.

- 1) Quelle est la probabilité de l'événement "c'est à la 3ème manifestation qu'il manifeste pour la 1ère fois" ?
- 2) Quelle est la loi de la variable aléatoire  $X$  qui compte le nombre de fois où il est allé manifester au cours de ces 5 occasions (justifier) ?
- 3) Calculer la probabilité de " $X=3$ ".
- 4) Quelle est l'espérance du nombre de participations ?
- 5) Quel devrait être le nombre minimum de manifestations pour que cette espérance dépasse 3 ?

Table de la loi normale

P		+0.001	+0.002	+0.003	+0.004	+0.005	+0.006	+0.007	+0.008	+0.009
0	Inf	3.0902	2.8782	2.7478	2.6521	2.5758	2.5121	2.4573	2.4089	2.3656
0.0100	2.3263	2.2904	2.2571	2.2262	2.1973	2.1701	2.1444	2.1201	2.0969	2.0749
0.0200	2.0537	2.0335	2.0141	1.9954	1.9774	1.9600	1.9431	1.9268	1.9110	1.8957
0.0300	1.8808	1.8663	1.8522	1.8384	1.8250	1.8119	1.7991	1.7866	1.7744	1.7624
0.0400	1.7507	1.7392	1.7279	1.7169	1.7060	1.6954	1.6849	1.6747	1.6646	1.6546
<b>0.0500</b>	<b>1.6449</b>	1.6352	1.6258	1.6164	1.6072	1.5982	1.5893	1.5805	1.5718	1.5632
0.0600	1.5548	1.5464	1.5382	1.5301	1.5220	1.5141	1.5063	1.4985	1.4909	1.4833
0.0700	1.4758	1.4684	1.4611	1.4538	1.4466	1.4395	1.4325	1.4255	1.4187	1.4118
0.0800	1.4051	1.3984	1.3917	1.3852	1.3787	1.3722	1.3658	1.3595	1.3532	1.3469
0.0900	1.3408	1.3346	1.3285	1.3225	1.3165	1.3106	1.3047	1.2988	1.2930	1.2873
0.1000	1.2816	1.2759	1.2702	1.2646	1.2591	1.2536	1.2481	1.2426	1.2372	1.2319
0.1100	1.2265	1.2212	1.2160	1.2107	1.2055	1.2004	1.1952	1.1901	1.1850	1.1800
0.1200	1.1750	1.1700	1.1650	1.1601	1.1552	1.1503	1.1455	1.1407	1.1359	1.1311
0.1300	1.1264	1.1217	1.1170	1.1123	1.1077	1.1031	1.0985	1.0939	1.0893	1.0848
0.1400	1.0803	1.0758	1.0714	1.0669	1.0625	1.0581	1.0537	1.0494	1.0450	1.0407
0.1500	1.0364	1.0322	1.0279	1.0237	1.0194	1.0152	1.0110	1.0069	1.0027	0.9986
0.1600	0.9945	0.9904	0.9863	0.9822	0.9782	0.9741	0.9701	0.9661	0.9621	0.9581
0.1700	0.9542	0.9502	0.9463	0.9424	0.9385	0.9346	0.9307	0.9269	0.9230	0.9192
0.1800	0.9154	0.9116	0.9078	0.9040	0.9002	0.8965	0.8927	0.8890	0.8853	0.8816
0.1900	0.8779	0.8742	0.8705	0.8669	0.8633	0.8596	0.8560	0.8524	0.8488	0.8452
0.2000	0.8416	0.8381	0.8345	0.8310	0.8274	0.8239	0.8204	0.8169	0.8134	0.8099
0.2100	0.8064	0.8030	0.7995	0.7961	0.7926	0.7892	0.7858	0.7824	0.7790	0.7756
0.2200	0.7722	0.7688	0.7655	0.7621	0.7588	0.7554	0.7521	0.7488	0.7454	0.7421
0.2300	0.7388	0.7356	0.7323	0.7290	0.7257	0.7225	0.7192	0.7160	0.7128	0.7095
0.2400	0.7063	0.7031	0.6999	0.6967	0.6935	0.6903	0.6871	0.6840	0.6808	0.6776
0.2500	0.6745	0.6713	0.6682	0.6651	0.6620	0.6588	0.6557	0.6526	0.6495	0.6464
0.2600	0.6433	0.6403	0.6372	0.6341	0.6311	0.6280	0.6250	0.6219	0.6189	0.6158
0.2700	0.6128	0.6098	0.6068	0.6038	0.6008	0.5978	0.5948	0.5918	0.5888	0.5858
0.2800	0.5828	0.5799	0.5769	0.5740	0.5710	0.5681	0.5651	0.5622	0.5592	0.5563
0.2900	0.5534	0.5505	0.5476	0.5446	0.5417	0.5388	0.5359	0.5330	0.5302	0.5273
0.3000	0.5244	0.5215	0.5187	0.5158	0.5129	0.5101	0.5072	0.5044	0.5015	0.4987
0.3100	0.4959	0.4930	0.4902	0.4874	0.4845	0.4817	0.4789	0.4761	0.4733	0.4705
0.3200	0.4677	0.4649	0.4621	0.4593	0.4565	0.4538	0.4510	0.4482	0.4454	0.4427
0.3300	0.4399	0.4372	0.4344	0.4316	0.4289	0.4261	0.4234	0.4207	0.4179	0.4152
0.3400	0.4125	0.4097	0.4070	0.4043	0.4016	0.3989	0.3961	0.3934	0.3907	0.3880
0.3500	0.3853	0.3826	0.3799	0.3772	0.3745	0.3719	0.3692	0.3665	0.3638	0.3611
0.3600	0.3585	0.3558	0.3531	0.3505	0.3478	0.3451	0.3425	0.3398	0.3372	0.3345
0.3700	0.3319	0.3292	0.3266	0.3239	0.3213	0.3186	0.3160	0.3134	0.3107	0.3081
0.3800	0.3055	0.3029	0.3002	0.2976	0.2950	0.2924	0.2898	0.2871	0.2845	0.2819
0.3900	0.2793	0.2767	0.2741	0.2715	0.2689	0.2663	0.2637	0.2611	0.2585	0.2559
0.4000	0.2533	0.2508	0.2482	0.2456	0.2430	0.2404	0.2378	0.2353	0.2327	0.2301
0.4100	0.2275	0.2250	0.2224	0.2198	0.2173	0.2147	0.2121	0.2096	0.2070	0.2045
0.4200	0.2019	0.1993	0.1968	0.1942	0.1917	0.1891	0.1866	0.1840	0.1815	0.1789
0.4300	0.1764	0.1738	0.1713	0.1687	0.1662	0.1637	0.1611	0.1586	0.1560	0.1535
0.4400	0.1510	0.1484	0.1459	0.1434	0.1408	0.1383	0.1358	0.1332	0.1307	0.1282
0.4500	0.1257	0.1231	0.1206	0.1181	0.1156	0.1130	0.1105	0.1080	0.1055	0.1030
0.4600	0.1004	0.0979	0.0954	0.0929	0.0904	0.0878	0.0853	0.0828	0.0803	0.0778
0.4700	0.0753	0.0728	0.0702	0.0677	0.0652	0.0627	0.0602	0.0577	0.0552	0.0527
0.4800	0.0502	0.0476	0.0451	0.0426	0.0401	0.0376	0.0351	0.0326	0.0301	0.0276
0.4900	0.0251	0.0226	0.0201	0.0175	0.0150	0.0125	0.0100	0.0075	0.0050	0.0025



$P(Z > 1.6449) = .05$