



E53XPM

Statistiques appliquées à la psychologie 3

Examen du 20 novembre 2004

Durée : 2 heures

Matériel autorisé : calculatrice et une feuille manuscrite recto/verso.

- Calculatrice et document ne doivent en aucun cas circuler ou être échangés entre les étudiants.
- On accordera un soin particulier à la rédaction des réponses (notamment en définissant clairement les événements utilisés).

Exercice 1 : Une ville est partagée en 4 arrondissements. 15% de sa population habite l'arrondissement 1, 32% l'arrondissement 2, 23% l'arrondissement 3 et 30% le 4. Une enquête sur un plan d'urbanisme donne la répartition suivante par arrondissement des avis des habitants de cette ville :

Arrondissement	1	2	3	4
Plutôt favorable	12%	31%	72%	55%
Plutôt défavorable	60%	45%	5%	31%
Ne se prononcent pas	28%	24%	23%	14%

- 1) Quelle est la probabilité pour qu'une personne prise au hasard soit plutôt favorable au plan d'urbanisme ?
- 2) Quelle est la probabilité pour qu'une personne plutôt favorable provienne du quartier 3.

Exercice 2 : Après publication d'un poste, le DRH d'une entreprise reçoit 8 candidatures. Il sait que chaque candidat a une probabilité 0.6 de vraiment correspondre au profil du poste à pourvoir.

- 1) Quelle est la loi du nombre de candidatures correspondant au profil ? (vous justifierez soigneusement votre réponse)
- 2) Quel est le nombre attendu de candidatures correspondant au profil ?
- 3) Il doit retenir 2 personnes. Avec quelle probabilité n'aura-t-il pas suffisamment de candidatures correspondant au profil pour cela ?

Exercice 3 : Le montant de la facture d'un caddie à une caisse de supermarché est une variable aléatoire de loi normale d'espérance 80 euros et d'écart-type 30 euros.

- 1) Quelle est la probabilité pour qu'un ticket de caisse ne dépasse pas 100 euros ?
- 2) Quel est le montant minimum sur lequel la direction peut compter et qui sera dépassé dans 95% des cas ?
- 3) Sachant que le caddie entier n'est pas encore passé et que le total affiché s'élève déjà à 80 euros, avec quelle probabilité le ticket dépassera-t-il 100 euros ?

Exercice 4 : Suite à des analyses, on calcule un score X pour détecter une pathologie. On déduit des valeurs de X les réponses au test :

$$\begin{cases} \text{si } X < 80 & : \text{ le test est négatif, la personne est déclarée non atteinte} \\ \text{si } 80 \leq X < 90 & : \text{ le test est neutre, la personne doit revenir faire des analyses 6 mois plus tard} \\ \text{si } 90 \leq X & : \text{ le test est positif, la personne est déclarée atteinte et on démarre le traitement} \end{cases}$$

Une étude a permis d'établir que dans la sous-population des personnes atteintes, la variable aléatoire X est distribuée selon une loi normale d'espérance 100 et d'écart-type 10, alors que dans celle des personnes non atteintes elle est distribuée selon une loi normale d'espérance 70 et d'écart-type 15. La maladie touche 5% des individus de la population.

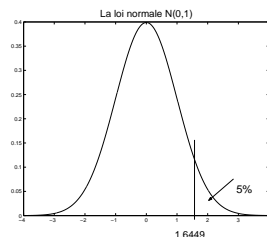
On définit le système d'événements suivants :

$$\begin{cases} M & : \text{ "être atteint de la pathologie"} \\ T+ & : \text{ "le test est positif"} \\ T0 & : \text{ "le test est neutre"} \\ T- & : \text{ "le test est négatif"} \end{cases}$$

- 1) On appelle *spécificité* d'un test, sa capacité à détecter qu'une personne est malade, autrement dit la probabilité que le test soit positif lorsque la personne est malade. Calculer la spécificité du test défini ci-dessus.
- 2) On appelle *sensibilité* d'un test, sa capacité à détecter qu'une personne n'est pas malade, autrement dit la probabilité que le test soit négatif lorsque la personne n'est pas malade. Calculer la sensibilité du test défini ci-dessus.
- 3) On dit d'un individu que c'est un *faux positif* s'il est déclaré positif par le test et qu'il n'est pas malade. Traduire cet événement et calculer sa probabilité.
- 4) Quelle est la probabilité qu'un individu soit contraint à reprendre un rendez-vous dans 6 mois ?
- 5) Calculer pour un individu déclaré positif la probabilité d'être réellement malade.

Table de la loi normale

P		+0.001	+0.002	+0.003	+0.004	+0.005	+0.006	+0.007	+0.008	+0.009
0	Inf	3.0902	2.8782	2.7478	2.6521	2.5758	2.5121	2.4573	2.4089	2.3656
0.0100	2.3263	2.2904	2.2571	2.2262	2.1973	2.1701	2.1444	2.1201	2.0969	2.0749
0.0200	2.0537	2.0335	2.0141	1.9954	1.9774	1.9600	1.9431	1.9268	1.9110	1.8957
0.0300	1.8808	1.8663	1.8522	1.8384	1.8250	1.8119	1.7991	1.7866	1.7744	1.7624
0.0400	1.7507	1.7392	1.7279	1.7169	1.7060	1.6954	1.6849	1.6747	1.6646	1.6546
0.0500	1.6449	1.6352	1.6258	1.6164	1.6072	1.5982	1.5893	1.5805	1.5718	1.5632
0.0600	1.5548	1.5464	1.5382	1.5301	1.5220	1.5141	1.5063	1.4985	1.4909	1.4833
0.0700	1.4758	1.4684	1.4611	1.4538	1.4466	1.4395	1.4325	1.4255	1.4187	1.4118
0.0800	1.4051	1.3984	1.3917	1.3852	1.3787	1.3722	1.3658	1.3595	1.3532	1.3469
0.0900	1.3408	1.3346	1.3285	1.3225	1.3165	1.3106	1.3047	1.2988	1.2930	1.2873
0.1000	1.2816	1.2759	1.2702	1.2646	1.2591	1.2536	1.2481	1.2426	1.2372	1.2319
0.1100	1.2265	1.2212	1.2160	1.2107	1.2055	1.2004	1.1952	1.1901	1.1850	1.1800
0.1200	1.1750	1.1700	1.1650	1.1601	1.1552	1.1503	1.1455	1.1407	1.1359	1.1311
0.1300	1.1264	1.1217	1.1170	1.1123	1.1077	1.1031	1.0985	1.0939	1.0893	1.0848
0.1400	1.0803	1.0758	1.0714	1.0669	1.0625	1.0581	1.0537	1.0494	1.0450	1.0407
0.1500	1.0364	1.0322	1.0279	1.0237	1.0194	1.0152	1.0110	1.0069	1.0027	0.9986
0.1600	0.9945	0.9904	0.9863	0.9822	0.9782	0.9741	0.9701	0.9661	0.9621	0.9581
0.1700	0.9542	0.9502	0.9463	0.9424	0.9385	0.9346	0.9307	0.9269	0.9230	0.9192
0.1800	0.9154	0.9116	0.9078	0.9040	0.9002	0.8965	0.8927	0.8890	0.8853	0.8816
0.1900	0.8779	0.8742	0.8705	0.8669	0.8633	0.8596	0.8560	0.8524	0.8488	0.8452
0.2000	0.8416	0.8381	0.8345	0.8310	0.8274	0.8239	0.8204	0.8169	0.8134	0.8099
0.2100	0.8064	0.8030	0.7995	0.7961	0.7926	0.7892	0.7858	0.7824	0.7790	0.7756
0.2200	0.7722	0.7688	0.7655	0.7621	0.7588	0.7554	0.7521	0.7488	0.7454	0.7421
0.2300	0.7388	0.7356	0.7323	0.7290	0.7257	0.7225	0.7192	0.7160	0.7128	0.7095
0.2400	0.7063	0.7031	0.6999	0.6967	0.6935	0.6903	0.6871	0.6840	0.6808	0.6776
0.2500	0.6745	0.6713	0.6682	0.6651	0.6620	0.6588	0.6557	0.6526	0.6495	0.6464
0.2600	0.6433	0.6403	0.6372	0.6341	0.6311	0.6280	0.6250	0.6219	0.6189	0.6158
0.2700	0.6128	0.6098	0.6068	0.6038	0.6008	0.5978	0.5948	0.5918	0.5888	0.5858
0.2800	0.5828	0.5799	0.5769	0.5740	0.5710	0.5681	0.5651	0.5622	0.5592	0.5563
0.2900	0.5534	0.5505	0.5476	0.5446	0.5417	0.5388	0.5359	0.5330	0.5302	0.5273
0.3000	0.5244	0.5215	0.5187	0.5158	0.5129	0.5101	0.5072	0.5044	0.5015	0.4987
0.3100	0.4959	0.4930	0.4902	0.4874	0.4845	0.4817	0.4789	0.4761	0.4733	0.4705
0.3200	0.4677	0.4649	0.4621	0.4593	0.4565	0.4538	0.4510	0.4482	0.4454	0.4427
0.3300	0.4399	0.4372	0.4344	0.4316	0.4289	0.4261	0.4234	0.4207	0.4179	0.4152
0.3400	0.4125	0.4097	0.4070	0.4043	0.4016	0.3989	0.3961	0.3934	0.3907	0.3880
0.3500	0.3853	0.3826	0.3799	0.3772	0.3745	0.3719	0.3692	0.3665	0.3638	0.3611
0.3600	0.3585	0.3558	0.3531	0.3505	0.3478	0.3451	0.3425	0.3398	0.3372	0.3345
0.3700	0.3319	0.3292	0.3266	0.3239	0.3213	0.3186	0.3160	0.3134	0.3107	0.3081
0.3800	0.3055	0.3029	0.3002	0.2976	0.2950	0.2924	0.2898	0.2871	0.2845	0.2819
0.3900	0.2793	0.2767	0.2741	0.2715	0.2689	0.2663	0.2637	0.2611	0.2585	0.2559
0.4000	0.2533	0.2508	0.2482	0.2456	0.2430	0.2404	0.2378	0.2353	0.2327	0.2301
0.4100	0.2275	0.2250	0.2224	0.2198	0.2173	0.2147	0.2121	0.2096	0.2070	0.2045
0.4200	0.2019	0.1993	0.1968	0.1942	0.1917	0.1891	0.1866	0.1840	0.1815	0.1789
0.4300	0.1764	0.1738	0.1713	0.1687	0.1662	0.1637	0.1611	0.1586	0.1560	0.1535
0.4400	0.1510	0.1484	0.1459	0.1434	0.1408	0.1383	0.1358	0.1332	0.1307	0.1282
0.4500	0.1257	0.1231	0.1206	0.1181	0.1156	0.1130	0.1105	0.1080	0.1055	0.1030
0.4600	0.1004	0.0979	0.0954	0.0929	0.0904	0.0878	0.0853	0.0828	0.0803	0.0778
0.4700	0.0753	0.0728	0.0702	0.0677	0.0652	0.0627	0.0602	0.0577	0.0552	0.0527
0.4800	0.0502	0.0476	0.0451	0.0426	0.0401	0.0376	0.0351	0.0326	0.0301	0.0276
0.4900	0.0251	0.0226	0.0201	0.0175	0.0150	0.0125	0.0100	0.0075	0.0050	0.0025



$$P(Z > 1.6449) = .05$$