



E53XPM

Statistique pour la psychologie 3

Examen - novembre 2007

Durée : 2 heures

Matériel autorisé : table de la loi normale, calculatrice et une feuille manuscrite recto/verso.

- Les téléphones portables sont interdits.
- Calculatrice et document ne doivent en aucun cas circuler ou être échangés entre les étudiants.
- On accordera un soin particulier à la rédaction des réponses (notamment en définissant clairement les événements utilisés).

Exercice :

Soient A et B deux événements tels que $P(A) = 1/5$ et $P(A \cup B) = 1/2$. Pour chacune des hypothèses suivantes, faites un diagramme “en patates” pour traduire la situation, calculer $P(B)$ et $P_A(B)$.

- *Hypothèse 1 :* A et B sont des événements incompatibles.
- *Hypothèse 2 :* A ne peut être réalisé que si B est réalisé.
- *Hypothèse 3 :* A et B sont des événements indépendants.

Problème : *Les 3 parties de ce problème sont toutes indépendantes les unes des autres.*

En France, le délit de conduite sous l’empire d’un état alcoolique est constitué dès que le conducteur a une concentration d’alcool dans le sang égale ou supérieure à 0.80 g/l et est puni de 2 ans d’emprisonnement, d’une amende et de mesures complémentaires.

Partie 1

Toute personne qui conduit un véhicule peut être soumise au contrôle d’un éthylotest lors d’une opération de police. La mesure d’un éthylotest ne constitue pas un mode de preuve de l’état alcoolique, mais simplement un mode de présomption de celui-ci. Seuls des examens médicaux, ou des instruments homologués, peuvent fournir la preuve de l’état alcoolique du conducteur. Un laboratoire a mis au point un éthylotest. Lorsqu’une personne a une alcoolémie supérieure à 0.80 g/l, l’éthylotest est positif 96 fois sur 100. Lorsqu’une personne a une alcoolémie inférieure à 0.80 g/l, l’éthylotest est positif 3 fois sur 100.

À un lieu de contrôle habituel, on estime que 95% des conducteurs ont un taux d’alcoolémie inférieur à 0.80 g/l.

1) Définir un ensemble d’événements simples permettant de traduire les différentes affirmations énoncées.

2) Calculer la probabilité que l’éthylotest soit positif pour un conducteur choisi au hasard.

- 3) Quelle est la probabilité qu'un conducteur testé positivement soit en situation de délit ?
- 4) Quelle est la probabilité qu'un conducteur testé négativement ne soit pas en situation de délit ?

Partie 2

À ce lieu de contrôle habituel, on arrête 100 conducteurs et on s'intéresse à la variable aléatoire X correspondant au "nombre de conducteurs dont le taux d'alcoolémie est **supérieur** à 0.80 g/l".

On rappelle qu'on estime que 95% des conducteurs ont un taux d'alcoolémie inférieur à 0.80 g/l.

- 5) Donner la loi de la variable aléatoire X en la justifiant.
- 6) Quelle est la probabilité que 2 conducteurs parmi les 100 aient un taux d'alcoolémie supérieur au seuil ?
- 7) Quelle est la probabilité qu'au moins 2 conducteurs parmi les 100 aient un taux d'alcoolémie supérieur au seuil ?
- 8) Calculer l'espérance et la variance de X .

Partie 3

La concentration d'alcool dans le sang S est une variable aléatoire de loi normale d'espérance μ et d'écart-type 0.3 g/l.

- 9) Quelle est alors la valeur de μ pour que l'affirmation "95% des conducteurs ont un taux d'alcoolémie inférieur à 0.80 g/l" soit vérifiée ?

Dans la suite on arrondira la valeur de μ à 0.31 g/l.

- 10) Quelle est la valeur v du taux d'alcoolémie en dessous de laquelle se trouvent 70% des personnes contrôlées ?
- 11) Quelle est la probabilité associée à l'intervalle de valeurs $[v; 0.8]$?
- 12) Quelle est la probabilité qu'un conducteur déjà contrôlé à plus de 0.4 g/l ne soit pas passible d'emprisonnement ?