



E54XP1

Statistique pour la psychologie L3S5

Examen - septembre 2009

Durée : 2 heures

Matériel autorisé : table de la loi normale, calculatrice et une feuille manuscrite recto/verso.

- Les téléphones portables sont interdits.
- Calculatrice et documents ne doivent en aucun cas circuler ou être échangés entre les étudiants.
- On accordera un soin particulier à la rédaction des réponses (notamment en définissant clairement les événements utilisés).

Les 3 exercices sont indépendants.

Exercice 1 :

La température d'une personne saine est une variable aléatoire de loi normale d'espérance 37.2°C et d'écart-type 0.2°C .

- 1) Quelle est la probabilité pour qu'une personne saine ait une température supérieure à 37°C ?
- 2) Quelle est la température maximale des 10% des personnes saines ayant les températures les plus basses ?
- 3) Quelle est la température minimale des 10% des personnes saines ayant les températures les plus élevées ?
- 4) Parmi les 50% des personnes saines ayant les températures les plus élevées, quelle est la probabilité pour qu'un individu ait une température supérieure à 37.6°C ?
- 5) Parmi les 50% des personnes saines ayant les températures les plus élevées, quelle est la probabilité pour qu'un individu ait une température inférieure à 37°C ?
- 6) Construire un intervalle à 80% centré sur l'espérance des valeurs possibles pour la température d'une personne saine.
- 7) Au cours d'une semaine, une personne saine relève sa température tous les matins, quelle est la probabilité pour que la somme de ces 7 relevés dépasse 260.4°C ? Construire un intervalle à 80% des valeurs possibles pour la somme de ces 7 températures.
- 8) Quelle est alors la distribution de la température moyenne de cet individu sur la semaine ? Construire un intervalle à 80% des valeurs possibles pour cette moyenne des 7 températures.

Exercice 2 :

Alors qu'un peu partout l'on se prépare à l'arrivée massive de la grippe A à l'automne, on imagine ici un test diagnostic simple basé sur la température. La température est un signe diagnostic numérique continu, une température élevée tendant à indiquer la présence de la maladie.

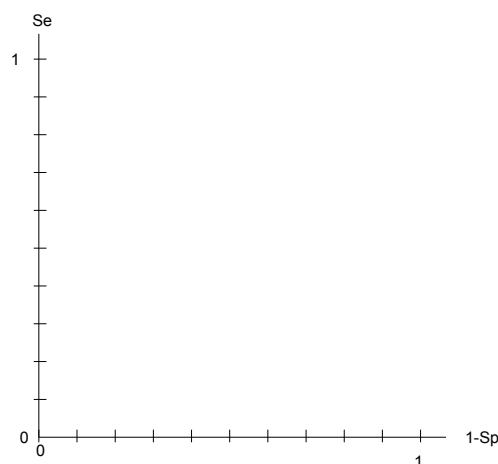
Considérons une température seuil de 39°C pour déclarer le test positif. Après une étude épidémiologique, on a pu établir que 35% des personnes atteintes de la grippe A ont une température inférieure à 39°C et 25% des personnes non atteintes par la grippe A ont une température supérieure à 39°C .

- 1) Définir un système d'événements permettant de traduire le contexte et les données de l'énoncé.
- 2) Quelles sont les valeurs de sensibilité et spécificité de ce test diagnostic (au seuil de 39°C) ?
- 3) Quelles seraient les valeurs de sensibilité et spécificité d'un test diagnostic idéal ?
- 4) Si l'on décide de fixer le seuil de température à 40°C , comment évoluent ces 2 valeurs de sensibilité et spécificité ?

On continue de travailler à l'aide du signe diagnostic température et du seuil de 39°C . Pour le médecin, il importe évidemment de connaître la probabilité pour un patient présentant un test positif, d'être atteint de la grippe A.

- 5) Traduire cette probabilité. Comment l'appelle-t-on ?
- 6) Dans un secteur où la grippe a atteint une prévalence de 20%, calculer la valeur de cette probabilité.

Dans le but de fixer le meilleur seuil, on s'intéresse au graphique de la courbe représentant la sensibilité (Se) en fonction du complémentaire de la spécificité ($1 - Sp$). Cette courbe est appelée courbe de ROC.



- 7) Placer le point correspondant aux valeurs Se et Sp du signe température pour un seuil de 39°C (valeurs obtenues à la question 2). Placer aussi les 2 points limites pour ($Sp = 1, Se = 0$)

et ($Sp = 0$, $Se = 1$).

- 8) Ébaucher alors la forme de la courbe de ROC pour ce signe diagnostique température.
- 9) Placer le point correspondant au test idéal.
- 10) Repérer sur votre courbe le point le plus proche de ce test idéal. C'est celui que les médecins choisissent pour définir le seuil d'un signe numérique continu.
- 11) Un signe n'apporte aucune information lorsque, quel que soit le seuil choisi, le test a autant de chances d'être positif chez les malades et les non malades. Traduire cette propriété par un lien entre Se et Sp . Tracer alors la courbe ROC d'un tel signe diagnostique.
- 12) Proposer alors l'allure de la courbe ROC d'un signe qui fournirait un meilleur test diagnostique que la température.

Exercice 3 :

En plein cœur de la pandémie grippale, on prévoit 1 personne sur 5 atteinte de la maladie.

- 1) Dans un groupe de 10 personnes, quelle loi peut-on suggérer pour modéliser la distribution du nombre de personnes atteintes par la grippe ? Quelle hypothèse est cependant difficilement acceptable ?
- 2) Avec cette loi, quelle est la probabilité pour que ce nombre soit égal à 1 ?
- 3) Avec cette loi, quelle est la probabilité pour qu'au moins 2 personnes soient atteintes par la grippe ?
- 4) Calculer l'espérance et la variance du nombre de personnes atteintes par la grippe sous cette hypothèse de loi ?