Université Paul Valéry
Arts - Lettres - Langues
Sciences humaines & sociales

PSYCHOLOGIE - Licence 3

E56XPM

Statistique appliquées à la psychologie 3

Examen de juin 2005

Durée : 2 heures

Matériel autorisé : calculatrices et une feuille manuscrite recto/verso.

• Téléphone portable interdit.
• Calculatrice et document ne doivent en aucun cas circuler ou être échangés entre les étudiants.
• Toute réponse non justifiée ne sera pas prise en compte et on accordera un soin particulier à la rédaction.

Consignes pour chaque question :
a) on détaillera la démarche de modélisation, les lois de probabilités supposées, les hypothèses nécessaires, la taille de l'échantillon pris en compte.
b) les tests seront construits pour 3 erreurs de 1re espèce : α=10%, α=5%, α=1%.
c) on proposera une conclusion et une interprétation à l'aide des résultats obtenus.

On a observé sur 300 familles de 3 enfants de la région Languedoc Roussillon le nombre de garçons de chaque famille. À chaque enfant on a fait passer une même épreuve. L'épreuve est évaluée à l'âge de 5 ans et évidemment tous les enfants ont passé l'épreuve. La valeur de référence moyenne de cette épreuve est 100. On obtient le tableau suivant :

Nb de garçons	0	1	2	3
Effectifs	46	113	88	53
$\overline{T_G}$		$\overline{T_G}(1) = 104.62$	$\overline{T_G}(2) = 97.21$	$\overline{T_G}(3) = 99.15$
$\overline{T_F}$	$\overline{T_F}(3) = 102.74$	$\overline{T_F}(2) = 103.64$	$\overline{T_F}(1) = 103.27$	

*NF = 46*3+113*2+88*1 = 452 ; NG = 448*

La première question que l'on cherche à résoudre est la suivante : est-il raisonnable de penser que globalement pour les enfants des familles de 3 enfants de la région, la proportion de filles est supérieure à 0.5 ?

1. *Individu : enfant d'1 famille de 3 enfants*
   Effectifs : n= 900
   V.A : F_i "être une fille" de loi Bernouilli B(p)
   test de H_0 "$p = 1/2$" contre "$p > 1/2$"
   Notons $\bar{F}$ proportion de fille (ici $\bar{F} = 452/900 = 0.502$)
   alors rejet de H_0 si $\bar{F} > 1/2 + l_\alpha\sqrt{\frac{1}{4n}} = 1/2 + l_\alpha * 0.0166$
   $\alpha = 10\%, l_\alpha = 1.28$; *rejet si* > 0.5212738
   $\alpha = 5\%, l_\alpha = 1.64$; *rejet si* > 0.5273046
   $\alpha = 1\%, l_\alpha = 2.33$; *rejet si* > 0.5386174
   On ne rejete donc JAMAIS H_0 : il n'y a donc AUCUNE raison de penser que la proportion de filles est supérieure à 0.5.

La deuxième question que l'on cherche à résoudre est la suivante : est-il raisonnable de penser que l'on peut modéliser pour ce type de famille la variable "nombre de garçons" par une loi binomiale de paramètres n (à déterminer) et $p = 0.5$?

2. *Individu : 1 famille de 3 enfants*
   Effectifs : n= 300
   V.A : ng_i "nbre de garçons" de loi Binomialle B(3,p)
   test de H_0 "loi Binomialle B(3,p=1/2)" contre "autre loi"
   Mise en place d'un test du χ^2 avec un degré de liberté de 3
   *Effect théor $(E_0, ..., E_3)$ = (1/8 , 3/8 , 3/8 , 1/8) * 300 = (37.5 , 112.5 , 112.5 , 37.5)*
   Le khi2 = $\sum_0^3 (G_i - E_i)^2/E_i = 13.67$ alors rejet de H_0 si le khi2 > borne
   $\alpha = 10\%$, *rejet si* > 6.25 ; $\alpha = 5\%$, *rejet si* > 7.81 ; $\alpha = 1\%$, *rejet si* > 11.34
   On peut donc REJETER H_0 l'hypothèse de loi binomiale

Pour les 2 questions suivantes, on prendra 2 valeurs possibles pour l'écart type de la variable associée au résultat de l'épreuve ($\sigma = 25$ et $\sigma = 40$) et on conclura pour ces 2 cas.

La troisième question que l'on cherche à résoudre est la suivante : est-il raisonnable de penser que dans les familles de 3 enfants ayant 1 garçon, le résultat au test de ces garçons est supérieur à la valeur de référence ?

3. *Individu : garçon d'1 famille de 3 enfants possèdant 1 garçon*
   Effectifs : n= 113
   V.A : T_i "résultat au test" et $\overline{T_G}(1)$ suit (TCL) $N(\mu, \sigma/\sqrt{n})$
   test de H_0 "$\mu = 100$" contre "$\mu > 100$"
   alors rejet de H_0 si $\overline{T_G}(1) > 100 + l_\alpha \sigma/\sqrt{n})$
   $\alpha = 10\%, l_\alpha = 1.28$; $\alpha = 5\%, l_\alpha = 1.64$; $\alpha = 1\%, l_\alpha = 2.33$
   σ = 25 , $\sigma/\sqrt{n}$ = 2.351802 ;
   rejet si > 103.0140; *rejet si* > 103.8684; *rejet si* > 105.4711
   σ = 40 , $\sigma/\sqrt{n}$ = 3.762883 ;
   rejet si > 104.8223; *rejet si* > 106.1894; *rejet si* > 108.7538
   Pour σ = 40 on ne rejete donc JAMAIS H_0
   Pour σ = 25 on rejete H_0 pour $\alpha = 10$ ou 5%

La quatrième question que l'on cherche à résoudre est la suivante : est-il raisonnable de penser que pour l'ensemble des filles (dans des familles de 3 enfants), le résultat au test est supérieur à la valeur de référence ?

4. *Individu : fille d'1 famille de 3 enfants*
   Effectifs : n= 452 et le reste est identique à la question 3
   V.A : T_i "résultat au test" et $\overline{T_F}$ suit (TCL) $N(\mu, \sigma/\sqrt{n})$
   test de H_0 "$\mu = 100$" contre "$\mu > 100$"
   alors rejet de H_0 si $\overline{T_F} > 100 + l_\alpha \sigma/\sqrt{n})$
   *ICI $\overline{T_F}$ = (102.74*46*3 + 103.64*113*2 + 103.27*88*1)/(46*3+113*2+88*1) = 103.2932*
   $\alpha = 10\%, l_\alpha = 1.28$; $\alpha = 5\%, l_\alpha = 1.64$; $\alpha = 1\%, l_\alpha = 2.33$
   σ = 25 , $\sigma/\sqrt{n}$ = 1.175901 ;
   rejet si > 101.5070; *rejet si* > 101.9342; *rejet si* > 102.7356
   σ = 40 , $\sigma/\sqrt{n}$ = 1.881442 ;
   rejet si > 102.4112; *rejet si* > 103.0947; *rejet si* > 104.3769
   Pour σ = 25 on rejete TOUJOURS H_0
   Pour σ = 40 on rejete H_0 pour $\alpha = 10$ ou 5%