Consignes pour le choix des risques :
Pour la construction d'un intervalle associé à une proportion on choisira un risque de 2,4 %.
Pour la construction d'un intervalle associé à une mesure physique on choisira un risque de 1,6 %.
Pour la construction des tests unilatéraux, on choisira un risque de 1,5 %.
Pour les autres tests, on choisira un risque de 1 %.

Les questions sont indépendantes, mais il est conseillé de les traiter dans l'ordre.

Dans la convention collective d'un grand centre industriel, il est accordé depuis 1990 une prime unique d'éloignement de 45 euros mensuel pour tout employé qui habite à une distance supérieure à 4 km. En effet à l'époque 72 % des employés étaient dans ce cas et bénéficaient alors de cette prime. Lors des négociations initiales avec les syndicats, cette prime a été calculée pour un éloignement moyen de 25 km calculé sur l'ensemble des employés bénéficiaires de la prime (associé à un écart-type de 5 km).

Régulièrement les syndicats effectuaient des sondages pour s'assurer de la stabilité de ces valeurs ; ce qui a été le cas les premières années.

1. Pour un sondage sur 400 personnes dans le début des années 90, proposez sous forme d'un intervalle l'effectif attendu du nombre de bénéficiaires.

2. Pour un nombre de bénéficiaires de 290, proposez de la même façon un intervalle pour l'éloignement moyen.

```
Il s'agit ici de 2 intervalles de dispersion :
 pour une somme de loi de Bernouilli   donc              l(alpha/2) = 2.257129
                                                  et N= 400
 400  *  .72   -  l(alpha/2) * sqrt(400 * .72 * (1-.72))          267.7310
 400  *  .72   +  l(alpha/2) * sqrt(400 * .72 * (1-.72))          308.269


 pour une distance moyenne donc                          l(alpha/2) = 2.408916
                                                   et N= 290
 25 - l(alpha/2)  * 5/sqrt(290)                   24.29272
 25 + l(alpha/2)  * 5/sqrt(290)                   25.70728
```

Dans le début des années 2000, on a observé un changement social dans la région : d'une part, des lotissements se sont construits dans le village proche, et d'autre part un nombre important d'employés devait aller beaucoup plus loin pour se loger. Ces changements semblent alors induire un double processus : le taux de bénéficiaires de la prime d'éloignement diminue, et l'éloignement moyen (des bénéficiaires de la prime) augmente.

Les syndicats ont souhaité alors faire modifier le montant de la prime mais la direction s'y est toujours opposée.

Pour arriver à leurs fins, les syndicats décident alors de faire un sondage sur 1200 personnes et pensent qu'effectivement ils arriveront à mettre en évidence ces changements .

3. À partir de quel pourcentage observé de bénéficiaires, pourra-t-on considérer qu'il y a bien une diminution du taux de bénéficiaires ?

4. À partir de quelle distance moyenne observée, pourra-t-on considérer que la distance augmente ? On proposera cette valeur pour un nombre de bénéficiaires de 720 et 780.

Ayant interrogé 1200 employés, on obtient alors les résultats suivants : 732 employés déclarent bénéficier de la prime, la distance moyenne est de 32 km.

5. Peut-on alors conclure à une diminution du taux de bénéficiaires et à une augmentation de l'éloignement ?

```
 : Il s'agit ici de construire 2 tests statistiques "'UNILATERAL"' avec
l(alpha) =  2.170

Q3  :  Test de H0 "p=.72" contre "p<.72"
Rejet de H0 "p=.72" contre "p<.72"  si
T < .72 -  l(alpha) * sqrt( .72 * (1-.72) / 1200)
      T < 0.6885      (T etant le taux de bénéficiaires observé)

Q4  :  Test de  H0 "m=25" contre "m>25"
Rejet de H0 "m=25" contre "m>25"  si
Moy  > 25 +  l(alpha) * 5 /sqrt(N)
                      (Moy = moyenne des distances observée)
si N = 720   ;   Moy >  25.45325
si N = 780   ;   Moy >  25.43547

Q5 :  Evidemment il y a REJET dans les 2 cas
 732/1200        =      0.61
```

6. Proposer un intervalle de confiance pour le nouveau taux de bénéficiaires ainsi que pour l'éloignement moyen.

```
 2 Intervalles de confiance (meme l(alpha/2)) que Q1 et Q2
avec N = 1200
732/1200  -  l(alpha/2) * sqrt( 732/1200  * (1- 732/1200) / 1200 )
   0.5782193
732/1200  +  l(alpha/2) * sqrt( 732/1200  * (1- 732/1200) / 1200 )
   0.6417807

avec N = 732
32  - l(alpha/2)  * 5/sqrt(732)                    31.55482
32  + l(alpha/2)  * 5/sqrt(732)                    32.44518
```

Aux 468 employés qui ont répondu habiter à moins de 4 km, on leur a fait préciser la distance exacte de leur domicile à leur lieu de travail. On a obtenu les réponses suivantes :

Distance	moins de 1 km	entre 1 et 2 kms	entre 2 et 3 kms	entre 3 et 4 kms
Effectifs	122	114	103	129

7. Peut-on considérer que la répartition des employés habitant proche de leur lieu de travail est uniforme (ie que la répartition des employés est de $\frac{1}{4}$ dans chacun des 4 intervalles proposés) ?

```
 Test du khi2 d'adequation à la loi uniforme
EffObservé = (122  ,  114 ,   103  ,  129  )
sum =  468  ;   effTheorique = sum/4 = 117
Contribution au khi2 = ( EffObservé -  117)^2 / 117
Soit           0.21367521 0.07692308 1.67521368 1.23076923
sum(khi2)       3.196581
or  borne  pour 1% et 3 ddl est    11.34487
donc ICI  NON REJET  :   l'adequation à la loi uniforme n'est pas a rejeter
```

Afin de renforcer leur argumentaire, les syndicats ont demandé leur revenu :
à 50 employés bénéficiant de la prime, et ils ont obtenu pour :
leur revenu moyen net $\bar{r}^a = 1510$ euros et leur dispersion $\sum_{i=1}^{50}(r_i^a - \bar{r}^a)^2 = 2247218$
à 30 employés ne bénéficiant pas de la prime, et ils ont obtenu pour :
leur revenu moyen net $\bar{r}^b = 1680$ euros et leur dispersion $\sum_{i=1}^{30}(r_i^b - \bar{r}^b)^2 = 1518750$

8. Peut-on considérer que le revenu de ces 2 groupes d'employés est différent ?

```
C'est un probleme d'analyse de la Variance à 2 groupes :
H0 : les 2 groupes ont même moyenne
H1 : non
Moyenne génarale moy = (50 * 1510  +  30 * 1680)/80 moy  = 1573.75
SSR = 2247218 + 1518750                        SSR  =  3765968
SSF = 50 * (1510 - moy)^2 + 30 * (1680 - moy)^2       SSF = 541875
SSF / SSR *  (80-2)                            11.22321
or  borne  pour 1% et 1 ddl est      6.634897    donc REJET
```